Progressões Geométricas

L. Santos
www.cursomentor.com

11 de abril de 2021

Sumário

Capítulo 1

Progressões Geométricas

1.1 Introdução

Neste capítulo trataremos de uma sequência numérica em particular cujas propriedades envolvem a multiplicação entre seus termos: as progressões geométricas.

1.2 Definição

Uma P.G. é uma sequência que cada termo, a partir do segundo, é igual ao anterior multiplicado por um valor fixo (constante) chamado de razão. Deste modo, a definição por recorrência de uma progressão geométrica é:

$$\begin{cases} a_1 = a \\ a_n = a_{n-1} \cdot q, n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \end{cases}$$

1.3 Classificação

Uma P.G. pode ser: crescente, constante, alternante, estacionárias ou decrescente. Considere que q é a razão de uma P.G. e a_1 é o primeiro termo, então:

- Crescente: $a_1 > 0$ e $q > 1$ ou $a_1 < 0$ e $0 < q < 1$
- Constante: $a_1 \in \mathbb{R}^*$ e $q = 1$
- Alternante: $a_1 \in \mathbb{R}^*$ e $q < 0$
- Estacionária: $a_1 \in \mathbb{R}^*$ e $q = 0$
- Decrescente: $a_1 > 0$ e $0 < q < 1$ ou $a_1 < 0$ e $q > 1$

Há ainda as progressões geométricas chamadas de "singulares" em que $a_1 = 0$ e $q \in \mathbb{R}$.

1.4 Termo Geral

Podemos encontrar um termo de índice n de uma P.G. é:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

com $n \in \mathbb{N}$ e $n \geq 1$.

1.5 Notações Especiais

Para alguns casos podemos reescrever uma P.G. em função do termo central, veja:

- P.G. de 3 termos:
$$(\frac{x}{q}, x, xq)$$
Em que r é a razão.
- P.G. de 5 termos:
$$(\frac{x}{q^2}, \frac{x}{q}, x, xq, xq^2)$$
Em que r é a razão.
- P.G. de 4 termos:
$$(\frac{x}{y^3}, \frac{x}{y}, xy, xy^3)$$
Em que $q = y^2$ é a razão.

1.6 Propriedades

(1) Em qualquer P.G. de três termos (a, b, c) o termo central é a média geométrica dos demais termos, ou seja:
$$b^2 = ac$$

(2) Termos equidistantes de um termo central tem produto constante.

1.7 Soma dos n Termos

A soma de n termos de uma progressão geométrica é dada por:
$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$
Com $q \neq 1$. Para $q = 1$ teremos $S_n = a_1 n$.

1.8 Soma dos Termos de uma PG Infinita

$$S = \frac{a_1}{1 - q}$$

Com $|q| < 1$.

1.9 Produto dos n Termos

O produto dos n termos de uma P.G. vale:

$$P_n = a_1^n \cdot q^{\frac{n(n-1)}{2}}$$

Se o número de termos n é ímpar, em função do termo central $a_{\frac{n+1}{2}}$ teremos:

$$P_n = (a_{\frac{n+1}{2}})^n$$

1.10 Exercícios

Bloco 1

Q1. A sequência $(1, 2, \dots)$ é uma P.G. Qual o terceiro termo desta P.G?

Q2. A sequência $(a, b, 4, 12)$ é uma P.G. Calcule o valor de $a + b$.

Q3. Sabendo que $(1, x, 9, y)$ é uma P.G., quais os possíveis valores para $x + y$?

Q4. A sequência $(1, x, 16)$ é uma P.G alternada. Qual o valor de x?

Q5. Considere a sequência numérica:

$$1, 2, a, b, \dots$$

(a) Calcule $a + b$, se a sequência é uma P.A.;

(b) Calcule $a + b$, se a sequência é uma P.G.

Q6. Determine o valor de x na PG $(x, \sqrt[6]{2}, \sqrt[3]{2}, \sqrt{2}, \dots)$.

Q7. Classifique as sentenças abaixo em verdadeira (V) ou falsa (F):

(a) na P.G. em que $a_1 > 0$ e $q > 0$, todos os termos são positivos.

(b) na P.G. em que $a_1 < 0$ e $q > 0$, todos os termos são negativos.

(c) na P.G. em que $a_1 > 0$ e $q < 0$, todos os termos são negativos.

(d) na P.G. em que $a_1 < 0$ e $q < 0$, todos os termos são negativos.

Q8. A sequência $(a - 1, a, a + 1)$ pode ser uma P.G.?

Q9. Classifique as sentenças abaixo em verdadeira (V) ou falsa (F):

(a) na P.G. de números reais em que $q < 0$ e $a_1 \neq 0$, os sinais dos termos são alternados, isto é, a P.G. é alternante.

(b) na P.G. alternante, todos os termos de índice ímpar têm o sinal de a_1 e os de índice par têm sinal contrário ao de a_1.

(c) se uma P.G. formada com números reais apresenta dois termos com sinais contrários, então a P.G. é alternante.

(d) existe uma P.G. de números reais em que $a_3 > 0$ e $a_{21} < 0$.

Q10. Qual deve ser o valor de k na sequência $(a-1, a, a+k)$ para que a mesma seja uma uma P.G.?

Q11. Sabendo-se que $(a, b, 1, 2, c, d)$ é uma P.G. calcule o valor do produto $abcd$.

Q12. Classifique as sentenças abaixo em verdadeira (V) ou falsa (F):

(a) existe uma P.G. de números reais em que $a_1 > 0$ e $a_{20} < 0$.

(b) se $q > 0$ e P.G. é crescente.

(c) se $a_1 > 0$ e $q > 0$, a P.G. é crescente.

(d) se $q > 1$, a P.G. é crescente.

Q13. Em uma PG $a_4 = 7$ e $a_9 = 224$. Determine o valor da razão.

Q14. Considere a equação do segundo grau dada por $x^2 - 2020x - ab = 0$ em que o produto das raízes vale 10. Se (a, m, p, b) é uma P.G. calcule o produto mp.

Q15. (Cesgranrio) Os três primeiros termos de uma P.G. são $a_1 = \sqrt{2}$, $a_2 = \sqrt[3]{2}$ e $a_3 = \sqrt[6]{2}$. O quarto termo é:
a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ b) 1 c) $\sqrt[8]{2}$ d) $\sqrt[9]{2}$ e) $\frac{1}{2}$

Q16. Determine o 7º termo de P.G. $(\frac{4}{27}, \frac{4}{9}, \dots)$.

Q17. Determine o valor do primeiro termo de uma P.G. que possui 10 termos, $a_{10} = 40$ e cuja razão vale 2.

Q18. Quantos termos possui uma PG de razão $\frac{3}{2}$, em que o primeiro e o último termos valem, respectivamente, $\frac{256}{9}$ e 486?

Q19. Determine a razão de uma PG em que $a_3+a_{11}+a_{15} = 4$ e $a_8 + a_{16} + a_{20} = 972$.

Q20. Determine o valor de x de modo que os números $2x - 3$, $x + 3$ e $x + 9$ formem, nesta ordem, uma PG.

Q21. Que número devemos somar a 2, 6 e 12 para que os resultados obtidos formem uma P.G. nesta ordem?

Q22. Determine o produto dos 7 primeiros termos da P.G $(\frac{9}{8}, \frac{3}{4}, \dots)$.

Q23. O produto dos oito primeiros termos de uma PG de razão $\frac{1}{4}$ vale 1. Determine o valor do primeiro termo.

Q24. Uma PG é formada por sete termos positivos. Determine o produto de seus termos, sabendo que o quarto termo vale 2.

Q25. Qual o número que deve ser somado a 1, 9 e 15 para que se tenha, nesta ordem, três números em P.G.?

Q26. (EEAr) Se em uma P.G. de três termos reais o produto e a soma dos termos são, respectivamente, 216 e 26, então a soma dos dois primeiros termos dessa P.G., quando decrescente, é
a) 24 b) 20 c) 18 d) 8

Bloco 2

Q27. (UENF) Em uma reserva florestal foram computados 3645 coelhos. Uma determinada infecção alastra-se de modo que, ao final do primeiro dia, há cinco coelhos infectados e, a cada cinco dias, o número total de coelhos infectados triplica.

(a) Calcule a quantidade de coelhos infectados no final do 21º dia;

(b) Calcule o número mínimo de dias necessários para que toda a população de coelhos esteja infectada.

Q28. (MAPOFEI) Qual o número x que deve ser somado aos números $a-2$, a e $a+3$ para que formem uma P.G.?

Q29. (FAM) Sabendo que x, $x+9$ e $x+45$ estão em P.G., calcular o valor de x.

Q30. A sequência $(x+1, x+3, x+4, \ldots)$ é uma P.G. Calcule seu quarto termo.

Q31. (PUC) Um senhor tem a anos de idade, seu filho tem f anos de idade e seu neto, n. Sobre estes valores, podemos afirmar:
a) É impossível que a, f e n estejam em P.A.
b) É impossível que a, f e n estejam em P.G.
c) É impossível que a, f e n estejam simultaneamente em P.A. e P.G.
d) É possível que a, f e n estejam simultaneamente em P.A. e P.G.
e) É possível que a, f e n estejam em P.A., mas é impossível que estejam em P.G.

Q32. Determinar três números reais em P.G. de modo que sua soma seja $\frac{21}{8}$ e a soma de suas quadrados seja $\frac{189}{64}$.

Q33. Obter a P.G. de quatro elementos em que a soma dos dois primeiros é 12 e a soma dos dois últimos é 300.

Q34. (UFRRJ) O motorista de um automóvel, dirigindo-se para a universidade Rural, avistou um quebra-molas a 50 metros de distância. Imediatamente começou a frear. Após o início da freada, o veículo percorreu 30 metros no primeiro segundo e, a cada segundo seguinte, percorreu $\frac{1}{5}$ da distância percorrida no segundo anterior, até parar. A que distância do quebra-molas o veículo parou?

Q35. (Iezzi & Hazzan – Modificada) Calcular cinco números inteiros em P.G. sabendo que seu produto é 243.

Q36. (USP) Em uma progressão geométrica de seis termos a soma dos termos de ordem ímpar é 182 e a dos de ordem par é 546. Determinar a progressão.

Q37. (Cataldo, J.J. & Brener) Considere a função definida por $f(x) = (\frac{1}{3})^x$ e os retângulos construídos sob seu gráfico, conforme a figura 1.1:

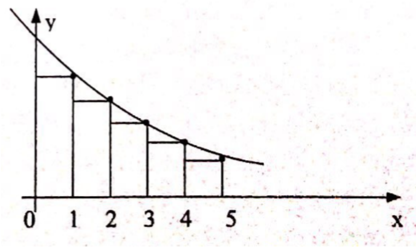


Figura 1.1

Um dos vértices de cada retângulo pertence ao gráfico de f e o número de retângulos tende para o infinito. A soma das áreas desses retângulos tende a:
a) 1 b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{2}$ d) 2 e) 4

Q38. Obter quatro números a, b, c e d sabendo que:

(I) $a+d=32$

(II) $b+c=24$

(III) (a,b,c) é P.G.

(IV) (b,c,d) é P.A.

Q39. (IME) A soma de três números que formam uma P.A. crescente é 36. Calcule esses números, sabendo que se somarmos seis unidades ao último, eles passam a constituir uma P.G.

Q40. Obter o décimo e o décimo quinto termos da P.G. $(1, 2, 4, 8, \ldots)$.

Q41. Obter o centésimo termo da P.G. $(2, 6, 18, \ldots)$.

Q42. (Cataldo, J.J. & Brener) Depois de corrigir metade de suas provas mais meia prova, João, no dia seguinte, corrigiu metade do número restante mais meia prova. No terceiro dia corrigiu metade do que ainda sobrou mais meia prova e assim procedeu até o décimo dia quando terminou todas as correções. Calcule o número de provas que ele corrigiu.

Q43. Calcular o 21º termo da sequência $(1, 0, 3, 0, 9, 0, \ldots)$.

Q44. (ITA) Dada uma P.G. finita $(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{10})$ de modo que $a_1 = 2$ e $a_2 = 6$, pergunta-se se é correta a igualdade:

$$(a_{10})^{\frac{1}{8}} = 3 \cdot (2)^{\frac{1}{8}}$$

Q45. (Iezzi & Hazzan) Calcular cinco números racionais em P.G. sabendo que sua soma é $\frac{121}{3}$ e seu produto é 243.

Bloco 3

Q46. (MAPOFEI) Uma empresa produziu, no ano de 1975, 100000 unidades de um produto. Quantas unidades produzirá no ano de 1980, se o aumento anual de produção é de 20%?

Q47. Obter a P.G. cujos elementos verificam as relações:

$$a_2 + a_4 + a_6 = 10$$

E

$$a_3 + a_5 + a_7 = 30$$

Q48. Calcular o número de termos da P.G. que tem razão $\frac{1}{2}$, $a_1 = 6144$ e último termo igual a 3.

Q49. Calcule a soma das 10 parcelas iniciais da série $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots$.

Q50. Calcular a soma dos 20 termos iniciais da série $1 + 3 + 9 + 27 + \ldots$.

Q51. (MAPOFEI) Se a e q são números reais não nulos, calcular a soma dos n primeiros termos da P.G.:

$$a, aq^2, aq^4, aq^6, \ldots$$

Q52. Quantos termos da P.G. $(1, 3, 9, 27, \ldots)$ devem ser somados para que a soma dê 3280.

Q53. Calcule n tal que $\sum_{i=3}^{n} 2^i = 4088$.

Q54. A soma de seis elementos em P.G. de razão 2 é 1197. Qual é o primeiro termo da P.G.?

Q55. Numa P.G. temos $a_1 = 6$ e $a_5 = 486$. Determine a soma dos 8 primeiros termos da P.G.

Q56. Determine o valor de $\sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7\ldots}}}$.

Q57. A soma $\sum_{i=1}^{500} 2^i = 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{500}$ é igual a
a) $2^{500} + 1$
b) $2^{501} + 1$
c) $2^{501} - 1$
d) $2(2^{500} + 1)$
e) $2(2^{500} - 1)$

Q58. Seja A a soma dos n primeiros termos da sequência $(1, 3, 9, 27 \ldots)$. Calcule em função de A a soma dos n primeiros termos da sequência $(1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \ldots)$

Q59. Resolva a equação: $\frac{x}{4} + \frac{3x}{16} + \frac{9x}{64} + \ldots = \frac{5}{3}$

Q60. (UNIRIO) O limite da soma dos termos da sequência $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8} \ldots$, é:
a) $1,5$ b) 2 c) $2,5$ d) 3 e) 4

Q61. (UFF) Sendo p um número real qualquer, a soma infinita $S = \frac{1}{2^p} + \frac{1}{2^{p+1}} + \frac{1}{2^{p+2}} + \ldots$, vale:
a) 2^{1-p} b) 2^{p-1} c) 2^p d) 2^{-p} e) 0

Q62. (PUC) Ache números a e b tais que os números 3, a e b estejam em progressão geométrica e os números a, b e 9 estejam em progressão aritmética.

Q63. (UFF) Numa progressão geométrica (PG) decrescente o primeiro termo é um número real positivo e cada termo, a partir do terceiro, é igual á sexta parte da soma dos dois termos imediatamente anteriores. Determine a razão dessa PG.

Q64. (UFRJ) A região fractal F, construída a partir de um quadrado de lado 1 cm, é constituída por infinidade de quadrados e construída em uma infinidade de etapas. A cada nova etapa consideram-se os quadrados de menor lado (ℓ) acrescentados na etapa anterior acrescentam-se, para cada um destes, três novos quadrados de lado $\frac{\ell}{3}$. As três primeiras etapas de construção de F são apresentadas a seguir.

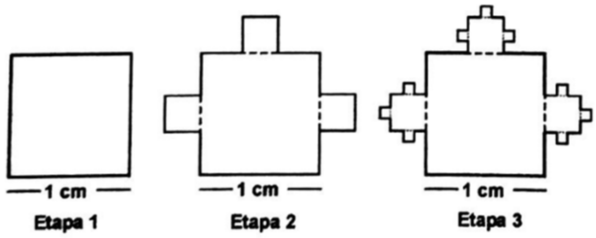


Figura 1.2

Calcule a área F.

Q65. Considere um triângulo T_1, de catetos 6 cm e 4 cm. Unindo-se os pontos médios dos lados de T_1, obtemos um triângulo T_2. Repetindo-se tal processo infinitas vezes, determine a soma das áreas dos triângulos assim formados.

Q66. Em cada item, calcule o produto dos n termos iniciais da P.G.

(a) $(1, 2, 4, 8, \ldots)$ e $n = 10$

(b) $(-2, -6, -18, -54, \ldots)$ e $n = 20$

(c) $(3, -6, 12, -24, \ldots)$ e $n = 25$

(d) $((-2)^0, (-2)^1, (-2)^2, (-2)^3, \ldots)$ e $n = 66$

(e) $((-3)^{25}, (-3)^{24}, (-3)^{23}, \ldots)$ e $n = 51$

(f) $(a^1, -a^2, a^3, -a^4, \ldots)$ e $n = 100$

Q67. A fração

$$\frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots}{1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \ldots}$$

equivale a:
a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{4}$ d) 2 e) 4

Bloco 4

Q68. Calcule x, sabendo que x, $x + 9$ e $x + 45$ formam, nesta ordem, uma P.G.

Q69. Em uma P.G. de 7 termos, o primeiro é 1 e o último 64. Calcule a razão desta P.G.

Q70. Inserir 6 meios geométricos reais entre 640 e 5.

Q71. (FGV) Considere a progressão geométrica:

$$10, 20, 40, 80, \ldots$$

Para estimar o valor do 50º termo, um número enorme, Augusto teve a ideia de substituir 2^{10} por 10^3, que são próximos. Segundo a estimativa de Augusto, o 50º termo dessa progressão é um número de: a) 15 algarismos
b) 16 algarismos
c) 17 algarismos
d) 18 algarismos
e) 19 algarismos

Q72. Quantos meios se deve intercalar entre 78125 e 128 para obter uma P.G, de razão $\frac{2}{5}$?

Q73. (UERJ) Um veículo com velocidade constante de V km/h, percorre S km em um inetrvalo de tempo de T horas, sendo T diferente de 1. Considere que T, V e S estejam em progressão geométrica, nessa ordem. A alternativa que indica a relação entre os espaço percorrido S e a velocidade V é:
a) $S = V^3$
b) $\sqrt{S} = V^2$
c) $\sqrt{S} = V$
d) $\sqrt[3]{S} = \sqrt{V}$

Q74. Qual o número mínimo de meios geométricos que se deve interpolar entre 1458 e 2 para a razão de interpolação ficar menor que $\frac{1}{3}$?

Q75. (UFF) Sendo x um número real não nulo, a soma do 3º termo da progressão aritmética $(x, 2x, \ldots)$ com o 3º termo da progressão geométrica $(x, 2x, \ldots)$ é igual a:
a) $4x$ b) $5x$ c) $6x$ d) $7x$ e) $8x$

Q76. (USP) Sendo a e b números dados, calcular outros dois x e y tais que a, x, y, b formem uma P.G.

Q77. Calcule a média geométrica dos 100 primeiros termos da P.G. $(1, 2, 4, 8, 16, 32, \ldots)$.

Q78. Ache números a e b tais que os números 3, a e b estejam em progressão geométrica e os números a, b e 9 estejam em progressão aritmética.

Q79. (UFF) Em uma progressão geométrica (P.G.) decrescente o primeiro termo é um número real positivo e cada termo, a partir do terceiro, é igual à sexta parte da soma dos dois termos imediatamente anteriores. Calcule a razão desta P.G.

Q80. (FUVEST) Para n inteiro positivo, o valor da soma $S = 9 + 99 + 999 + \ldots + \underbrace{99\ldots9}_{n \text{ algarismos}}$ é
a) $\frac{10^n-10-9n}{9}$
b) $\frac{10^{n+1}-10+9n}{9}$
c) $\frac{10^{n+1}+10-9n}{9}$
d) $\frac{10^n-10+9n}{9}$
e) $\frac{10^{n+1}-10-9n}{9}$

Q81. (PUC) A soma $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{999} + 2^{1000}$ é igual a:
a) $2^{1001} - 1$
b) $2^{1002} - 1$
c) 2^{1001}
d) $2^{1000} - 1$
e) $2^{1001} + 1$

Q82. (CESGRANRIO) Se x e y são positivos e se x, xy e $3x$ estão nessa ordem, em progressão geométrica, então o valor de y é:
a) $\sqrt{2}$ b) 2 c) $\sqrt{3}$ d) 3 e) 9

Q83. (UFRJ) Sejam $x = 1$ e $y = 0,999\ldots$ (dízima periódica). Quais das afirmações abaixo são verdadeiras?

(i) $x < y$

(ii) $x > y$

(iii) $x = y$

Justifique.

Bloco 5

Q84. (UFRJ) A figura a seguir mostra uma sequência de círculos $C_0, C_1, C_2, \ldots$ cada um deles tangentes ao seu sucessor e ao eixo x.

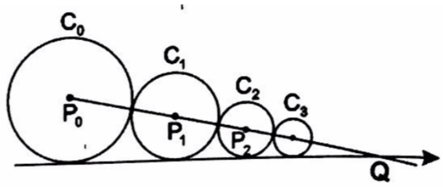


Figura 1.3

O segmento $\overline{P_0Q}$ passa pelos centros de todos os círculos e corta o eixo x no ponto Q. Os números r_0, r_1, r_2, ... são os raios dos círculos C_0, C_1, C_2, ..., respectivamente.

(a) Explique por que r_0, r_1, r_2, ... estão em progressão geométrica.

(b) Calcule a razão dessa progressão geométrica para que a soma das áreas dos círculos seja iguais a 2π, sendo $r_0 = 1$.

Q85. (UMSP) A sequência $(x, xy, 2x)$, $x \neq 0$ é uma PG. Então, necessariamente:
a) x é um número racional
b) x é um número irracional
c) y é um número racional
d) y é um número irracional
e) $\frac{y}{x}$ é um numero irracional

Q86. (FEI) Os números a, b e c estão ao mesmo tempo em PA e PG. Então:
a) $a = b = c$
b) $a \neq b \neq c$
c) $c = a + b$
d) $c = ab$
e) $b = 0$

Q87. (Mack) Na PG $(\ldots, \frac{3-\sqrt{2}}{3}, \frac{3\sqrt{2}-2}{6}, \ldots)$ o termo que antecede $\frac{3-\sqrt{2}}{3}$ é:
a) $(\sqrt{2} - 2) \cdot 3^{-1}$
b) $(3\sqrt{2} - 2) \cdot 3^{-1}$
c) $(6\sqrt{2} - 2) \cdot 3^{-1}$
d) $(2 - 3\sqrt{2}) \cdot 3^{-1}$
e) $(2 - \sqrt{2}) \cdot 3^{-1}$

Q88. (FCC) A sequência $f = (a_i)$, $i \in \mathbb{N}^*$, onde $a_i = 2 - 3i$ é uma
a) P.G. alternada
b) P.A. crescente
c) P.G. crescente
d) P.A. decrescente
e) P.G. decrescente

Q89. (FMSC) Seja uma PA de 7 termos e razão 6. Retirando-se o 2º, o 3º, o 5º e o 6º termos dessa P.A., a sequência restante
a) será uma PA de razão -18
b) será uma PG de razão $\frac{1}{3}$
c) será uma PA de razão 18
d) será uma PG de razão 6
e) não será nem PA nem PG

Q90. (Fuvest) O quinto e o sétimo termos de uma PG de razão positiva valem respectivamente 10 e 16. o sexto termo desta PG é
a) 13 b) $10\sqrt{6}$ c) 4 d) $4\sqrt{10}$ e) 10

Q91. Sabendo que a sucessão $a, \frac{a}{(\frac{1}{a})}, \frac{a}{(\frac{1}{a^2})}, \frac{a}{(\frac{1}{a^3})}$ é uma progressão geométrica, podemos afirmar que a razão é
a) $q = 1$ b) $q = a^2$ c) $q = \frac{1}{a}$ d) $q = a$ e) $q = 0$

Q92. (UFF) São dadas duas progressões: uma aritmética (P.A.) e outra geométrica (P.G.). Sabe-se que:

- a razão da P.G. é 2
- em ambas o primeiro termo é igual a 1
- a somados termos da P.A. é igual à soma dos termos da P.G;
- ambas tem 4 termos.

Pode-se afirmar que a razão da P.A. é
a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{7}{6}$ d) $\frac{9}{6}$ e) $\frac{11}{6}$

Q93. Determine o valor de $\text{sen}(\frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi}{27} + \frac{2\pi}{81} + \ldots)$.

Q94. Determine os valores de x nas equações:

(a) $\frac{5x}{2} + \frac{5x}{8} + \frac{5x}{32} + \ldots = 20$

(b) $\frac{7x^3}{6} - \frac{7x^3}{36} + \frac{7x^3}{216} - \ldots = \frac{1}{8}$

Q95. (UMSP) Sendo $S = 1 + 2x + 3x^2 + \ldots$ $(0 < x < 1)$ pode-se afirmar que:
a) $S = \frac{1}{(1-x)^2}$
b) $S = \frac{x}{(1-x)^2}$
c) $S = \frac{2}{(2-x)^2}$
d) $S = \frac{1}{(2-x)^2}$
e) $S = \frac{x}{(2-x)^2}$

Q96. (UFES) A soma dos termos de ordem ímpar de uma PG infinita é 20 e a soma dos termos de ordem par é 10. O terceiro termo dessa PG é
a) $\frac{15}{4}$ b) 5 c) $\frac{11}{2}$ d) 4 e) $\frac{13}{2}$

Q97. (OBJETIVO) A sequência $(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots)$ é uma progressão geométrica de razão maior que 1 e com $a_5 = 1$. O valor de $\sum_{i=1}^{9} \log_{10}(a_i)$ é:
a) 1 b) 0 c) 10 d) -1 e) 4

Q98. (Sta. CASA) Simplificando-se a expressão:

$$A = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{\sqrt[3]{x}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{x}}} \cdot \ldots$$

obtém-se:
a) $\sqrt{x}$ b) $\sqrt[3]{x}$ c) $\frac{1}{2}$ d) 1 e) $\frac{1}{729}$

Q99. (UMSP) Para n inteiro positivo, o valor da soma:

$$(10 - 1) + (10^2 - 1) + (10^3 - 1) + \ldots + (10^n - 1)$$

é:
a) $\frac{10^n - 10 - 9n}{9}$
b) $\frac{10^{n+1} - 10 + 9n}{9}$
c) $\frac{10^{n+1} + 10 - 9n}{9}$
d) $\frac{10^n - 10 + 9n}{9}$
e) $\frac{10^{n+1} - 10 - 9n}{9}$

Q100. (UNIFICADO) O vaIor de $(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{12} + \ldots)$ é:
a) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $-\frac{1}{2}$ c) -1 d) Zero e) $\frac{1}{2}$

Q101. (UFF) A soma de três números positivos em progressão aritmética é 15. Ao adicionarmos 1 ao primeiro, 4 ao segundo e 19 ao terceiro obtemos três números em

progressão geométrica (P.G.). O valor do produto destes números é igual a:
a) 39 b) 729 c) 1131 d) 1140 e) 4275

Q102. (UFV) São dados os números 5, 15, 35 e 75. Determine o número que se deve adicionar a cada um deles para que os resultados fiquem nesta ordem em progressão geométrica.

Bloco 6

Q103. (PUC) Se x e y são positivos e se x, xy e $3x$. Estão, nessa ordem, em progressão geométrica, então o valor de y é:
a) $\sqrt{2}$ b) 2 c) $\sqrt{3}$ d) 3 e) 9

Q104. (AMAN) Em uma progressão geométrica crescente, com três elementos, temos que a soma desses eIementos é $\frac{19}{9}$ e o produto é $\frac{8}{27}$, o elemento de menor valor, entre os valores abaixo é:
a) $\frac{4}{9}$ b) $\frac{2}{3}$ c) 10 d) $\frac{1}{3}$ e) $\frac{2}{9}$

Q105. (CESGRANRIO) Os quatro números x, -6, $3x+3$ e y formam, nessa ordem, uma prgressão geométrica. Então, os dois possíveis valores de y são:
a) de sinais opostos
b) pares
c) ímpares
d) negativos
e) positivos

Q106. (UFRJ) Certa população de bactérias dobra a cada hora. Em um certo dia, às 8 horas da manhã, a população é de 1000 bactérias.

(a) qual sera a população de bactérias às 11 horas da manhã desse dia?

(b) a que horas a população será de 512.000 bactérias?

Q107. (FESP) Se os três primeiros termos de uma P.G. decrescente são $\sqrt{5}$, $\sqrt[3]{5}$ e $\sqrt[6]{5}$, então o quarto termo vale
a) 1 b) $\sqrt[7]{5}$ c) $\sqrt[8]{5}$ d) $\sqrt[9]{5}$ e) $\sqrt[10]{5}$

Q108. (AFA) A raiz da equação $1+x+x^2+x^3+\ldots=4$ é igual a
a) $-\frac{4}{3}$ b) $-\frac{3}{4}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{4}{3}$

Q109. (EN) O limite da soma $\frac{1}{3^1}+\frac{2}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\frac{2}{3^4}+\frac{1}{3^5}+\frac{2}{3^5}+\ldots$ é:
a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{5}{8}$ c) $\frac{7}{8}$ d) $\frac{8}{9}$ e) 1

Q110. (EsFAO) Sendo $b>1$, o limite da soma $S=b-1+b^{-1}-b^{-2}+\ldots$ quando o número de parcelas tende a infinlto, é
a) $\frac{b^2}{b+1}$ b) $\frac{b}{b+1}$ c) $\frac{b^2}{b-1}$ d) $\frac{b}{b-1}$ e) $\frac{2b}{2b-1}$

Q111. (PUC) Seja $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ a função definida por $f(x)=3^{-x}$. Calcule a soma:

$$\sum_{n=0}^{+\infty}=f(0)+f(1)+\ldots+f(n)+\ldots$$

Q112. (EN) O limite da soma

$$1-\frac{1}{3}+\frac{1}{9}-\frac{1}{27}+\ldots+\frac{(-1)^{n-1}}{3^{n-1}}$$

quando $n\longrightarrow+\infty$ é:
a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $-\frac{1}{3}$ d) $-\frac{3}{2}$ e) $\frac{4}{3}$

Q113. (PUC) Se $x, 2x+2, 3x+3, \ldots$ são os três primeiros termos de uma progressão geométrica com razão positiva, então o 4º termo é
a) $-\frac{27}{2}$ b) -4 c) 4 d) 8 e) $\frac{35}{3}$

Q114. (FESP) Seja $s_n=2(1-\frac{1}{2^n})$ a soma dos n primeiros termos de uma sucessão. Então essa sucessão é uma progressão:
a) geométrica de 1º termo 1 e razão $\frac{1}{2}$
b) aritmética de 1º termo $\frac{1}{2}$ e razão 1
c) geométrica de 1º termo 2 e razão $\frac{1}{2}$
d) aritmética de 1º termo 1 e razão 1
e) geométrica de 1º termo 2 e razão $\frac{3}{2}$

Q115. Um fazendeiro, preocupado com o desmatamento ao redor de sua propriedade, contou um total de 12.800 pés de eucaliptos em 1º de janeiro de 2000. Durante o ano de 2000 ele resolveu plantar uma quantidade de pés de eucalipto igual à metade do número de pés existente no 1º dia do ano. Procedendo assim nos próximos anos, sem cortar nenhuma árvore nesse periodo, quantos pés de eucalipto haverá em sua fazenda no 1º de janeiro de 2008?

Q116. (UNIFICADO) Desde 1992, certo instituto de pesquisa vem monitorando. No inicio de cada ano, o crescimento populacional de uma pequena cidade do interior do estado A tabela abaixo (figura 1.4) mostra o resultado dos três primeiros anos. Em milhares de habitantes.

Ano	População (em milhares)
1992	25,6
1993	38,4
1994	57,6

Figura 1.4

Mantendo-se esta mesma progressão de crescimento o número de habitantes dessa cidade, no inicio do ano 2000. em milhares, será, aproximadamente, de:
a) 204 b) 384 c) 576 d) 656 e) 728

Q117. (UNIFICADO) O número de assinantes de um jornal de grande circulação no estado aumentou, nos quatro primeiros meses do ano, em progressão geométrica, segundo os dados de uma pesquisa constantes na tabela abaixo (figura 1.5)

Mês	Janeiro	Fevereiro	Março	abril
Número de assinantes	5000	——	6050	——

Figura 1.5

Em relação ao mês de fevereiro, o número de assinantes desse jornal no mês de abril teve um aumento de:
a) 1600 b) 1510 c) 1155 d) 1150 e) 1050

Q118. (UNIFICADO) O professor G. Ninho, depois de formar uma progressão aritmética de 8 termos, começando pelo número 3 e composta apenas de números naturais, notou que o 20, o 4 e o 8 termos formavam, nessa ordem, uma progressâo geométrica. G Ninho observou ainda que a soma dos termos dessa progressão geométrica era igual a
a) 24 b) 28 c) 32 d) 36 e) 42

Q119. (UFF) Considere x, y e z três a números reais positivos, distintos entre si, tais que $x^2 + y^2 + z^2 = (x + y + z)(x - y + z)$. Pode-se afirmar que
a) x, y e z estão, nessa ordem, em P.A;
b) x, y e z estão, nessa ordem, em P.G;
c) $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$ e $\frac{1}{z}$ estão, nessa ordem, em P.A;
d) $\frac{1}{z}$, $\frac{1}{x}$ e $\frac{1}{y}$ estão, nessa ordem, em P.G;
e) x^2, y^2 e z^2 estão, nessa ordem, em P.A;

Bloco 7

Q120. (AFA) O produto dos 15 primeiros termos da progressão geométrica, de primeiro termo 1 e razão 10, vale:
a) 10^{105} b) 10^{115} c) 10^{125} d) 10^{135} e) N.R.A.

Q121. (lTA) Numa progressão geométrica de razão 7, sabemos que $a_1 = \frac{1}{7}$ e o produto dos n primeiros termos é 7^{20}. Então, a soma dos n primeiros termos é igual a:
a) $\frac{1}{6} \cdot \frac{7^8-1}{7}$ b) $\frac{1}{6} \cdot \frac{7^8+1}{7}$ c) $\frac{1}{7} \cdot \frac{7^8-1}{7}$ d) $\frac{1}{7} \cdot \frac{7^8+1}{7}$ e) $\frac{1}{7}$

Q122. (AFA) Qual o valor da soma dos 7 primeiros termos da Progressão Geométrica $(\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4}, \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16}, \ldots)$?
a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 128 d) 254

Q123. (UNIFICADO) Considere uma progressão geométrica de 5 termos e razão positiva, onde a soma do primeiro com o terceiro termo é $\frac{9}{2}$ e o produto de seus termos é 1024. O produto dos três termos iniciais dessa progressão é igual a
a) $\frac{1}{2}$ b) 1 c) $2\sqrt{2}$ d) $4\sqrt{2}$ e) $8\sqrt{2}$

Q124. (AFA) Numa Progressão Geométrica, com n termos, $a_1 = 2$, $a_n = 432$ e $S_n = 518$, tem-se
a) $q < n$ b) $q = n$ c) $q > n$ d) $q < a_1$

Q125. (UNIRIO) Num video game, um ponto luminoso se encontra em A sobre um segmento $\overline{AB}$ de medida 12. Ao iniciar-se o jogo, o ponto luminoso se desloca para B e retoma, perfazendo na volta uma distância igual à metade do caminho anterior, até um ponto C, Depois, retoma de C, no sentido do ponto B, percorrendo a metade do último percurso, até um ponto D e, assim, sucessivamente. Repetindo tal procedimento infinitas vezes, o ponto luminoso tende para um ponto cuja distância de A é igual a
a) 7, 4 b) 7, 6 c) 7, 8 d) 8 e) 9

Q126. (AFA) Se $(\operatorname{sen} x, \operatorname{sen} 2x, \cos x)$ é uma progressão geométrica estritamente crescente, com $0 < x < 2\pi$, então o valor de x é
a) $\frac{\pi}{12}$ b) $\frac{\pi}{10}$ c) $\frac{\pi}{8}$ d) $\frac{\pi}{6}$

Q127. (PUC) Na poligonal da figura abaixo, de lados $\overline{P_0P_1}$, $\overline{P_1P_2}$, $\overline{P_2P_3}$, ...cada lado é perpendicular ao anterior e tem comprimento igual à metade do comprimento do lado anterior.

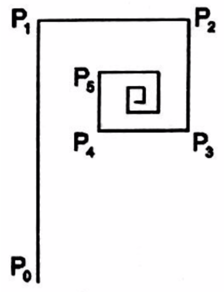


Figura 1.6

Se $\overline{P_0P_1} = 1$, então, quando n tende para infinito, calcule o limite da distância entre os vértices P_0 e P_n.

Q128. (AFA) Sendo

$$S = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{9} + \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{27} + \ldots + \frac{\pi}{2^n} + \frac{\pi}{3^n} + \ldots$$

o valor de $\cos(S - x)$ é igual a:
a) $\operatorname{sen} x$
b) $\operatorname{sen} x$
c) $-\cos x$
d) $\cos x$

Q129. (ITA) Se os três lados de um triângulo estão em progressão geométrica, então a razão dessa progressão está compreendida necessariamente entre os valores:
a) $\frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1)$ e $\frac{1}{2}(\sqrt{5} + 1)$
b) $\frac{1}{2}(\sqrt{4} - 1)$ e $\frac{1}{2}(\sqrt{4} + 1)$
c) $\frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1)$ e $\frac{1}{2}(\sqrt{3} + 1)$
d) $\frac{1}{2}(\sqrt{2} - 1)$ e $\frac{1}{2}(\sqrt{2} + 1)$
e) 0 e 1

Q130. (AFA) Considere uma P.G. onde o 1º termo é a, $a > 1$, a razão é q, $q > 1$, e o produto dos seus termos é c. Se $\log_a b = 4$, $\log_q b = 2$ e $\log_c b = 0,01$, então a soma dos termos da P.G. é
a) $\frac{a^{41}-a}{a^2-1}$ b) $\frac{a^{40}-a}{a^2-1}$ c) $\frac{a^{41}-1}{a^2-1}$ d) $\frac{a^{40}-1}{a^2-1}$

Q131. (FUVEST) (a_n) é uma PG de termos reais e razão q; (b_n) é uma PA de termos naturais e razão $r \geq 0$.

Prove que (a_{b_n}) é uma PG e calcule sua razão.

Q132. (AFA) Sejam as sequências de números reais $(-3, x, y, \ldots)$ que é uma progressão aritmética de razão r, e $(x, y, 24, \ldots)$ que é uma progressão geométrica de razão q. O valor de $\frac{r}{q}$ pertence ao intervalo
a) $[0, \frac{1}{2}[$ b) $[\frac{1}{2}, 1[$ c) $[1, 2[$ d) $[2, 3[$

Q133. (FEI) Para que a PG $(a, aq, aq^2, aq^3, \ldots)$ seja crescente é necessário e suficiente que
a) $q > 1$
b) $a < 0$ e $0 < q < 1$
c) $a > 0$
d) $q > 0$
e) Nenhuma das anteriores

Q134. (AFA) Considere as proposições abaixo.

(I) A soma dos infinitos termos da seqüência cujo termo geral é $\frac{n}{3^n}$, $n \in \mathbb{N}^*$, converge para $\frac{3}{4}$

(II) Se $a_k = \cos(\frac{2k\pi}{3})$; $k \in \mathbb{N}^*$, o valor de $a_1 + a_2 + \ldots + a_{97}$ é zero.

(III) Se $(3, a, b)$ formam uma progressão geométrica de razão q e $(a, b, 45)$, uma progressão aritmética de razão r, com $a, b \in \mathbb{N}$, então $\frac{r}{q} = 6$

Pode-se afirmar que, entre as proposições,
a) apenas uma é falsa.
b) apenas duas são falsas.
c) todas são falsas.
d) todas são verdadeiras.

Bloco 8

Q135. (EEAr) Se $\frac{1}{x}$ é o 8º elemento da P.G. $(9, 3, 1, \ldots)$, então o valor de x é
a) 27 b) 81 c) 243 d) 729

Q136. (FUVEST) Calcule os ângulos de um triângulo retângulo, sabendo que eles estão em progressão geométrica.

Q137. (EEAr) Em uma Progressão Geométrica, o primeiro termo é 1 e a razão é $\frac{1}{2}$. A soma dos 7 primeiros termos dessa PG é
a) $\frac{127}{64}$ b) $\frac{97}{64}$ c) $\frac{63}{32}$ d) $\frac{57}{32}$

Q138. (AFA) João Victor e Samuel são dois atletas que competem numa mesma maratona. Num determinado momento, João Victor encontra-se no ponto M, enquanto Samuel encontra-se no ponto N, 5 m à sua frente. A partir desse momento, um observador passa a acompanhá-los registrando as distâncias percorridas em cada intervalo de tempo de 1 segundo, conforme tabelas abaixo.

João Victor

Intervalo	Distância (m)
1º	$\frac{1}{2}$
2º	$\frac{3}{4}$
3º	$\frac{9}{8}$
$\vdots$	$\vdots$

Samuel

Intervalo	Distância (m)
1º	$\frac{1}{2}$
2º	$\frac{3}{4}$
3º	$1,0$
$\vdots$	$\vdots$

Sabe-se que os números da tabela acima que representam as distâncias percorridas por João Victor formam uma progressão geométrica, enquanto os números da tabela acima que representam as distâncias percorridas por Samuel formam uma progressão aritmética. Com base nessas informações, é INCORRETO afirmar que ao final do
a) 5º segundo, João Victor já terá atingido o ponto N
b) 5º segundo, Samuel percorreu uma distância igual à que os separava nos pontos M e N
c) 6º segundo, João Victor terá alcançado Samuel.
d) 8º segundo, João Victor estará mais de 8 metros à frente de Samuel.

Q139. (EEAr) Se a sequência $(x, 3x + 2, 10x + 12)$ é uma PG de termos não nulos, então x^2 é
a) 1. b) 4. c) 9. d) 16.

Q140. (PUC) A sequência $(1, a, b)$ é uma progressão aritmética e a sequência $(1, b, a)$ é uma progressão geométrica não-constante. Calcule o vaIor de a.

Q141. (EEAr) Sejam as sequências $S_1 = (1, 5, 25, 125, \ldots)$ e $S_2 = (4, 7, 10, 13, \ldots)$. A razão entre o 6º termo de S_1 e o 8º de S_2 é
a) 150. b) 125. c) 100. d) 75.

Q142. (UnB) Para que as medidas dos catetos x e y e a medida da área S de um triângulo retângulo sejam três números em progressão geométrica, nesta ordem, é necessário que
a) os catetos tenham a mesma medida
b) a medida de cada um dos catetos seja 1
c) a medida de um dos catetos seja o quadrado da medida do outro
d) a medida de um dos catetos seja o dobro da medida do outro
e) o quadrado da medida de um dos catetos seja igual ao dobro da medida do outro.

Q143. (EEAr) Seja a PG (a, b, c). Se $a + b + c = \frac{7}{6}$, e $a \cdot b \cdot c = -1$, então o valor de $|a + c|$ é:
a) 8. b) 12. c) $\frac{5}{6}$. d) $\frac{13}{6}$.

Q144. (FGV) Os números x, y, z formam, nessa ordem, uma P.A. de soma 15. Por outro lado. os números x, $y + 1$, $z + 5$ formam, nessa ordem, uma P. G. de soma 21. Sendo $0 \leq x \leq 10$, o valor de $3z$ é:
a) 36 b) 9 c) -6 d) 48 e) 21

Q145. (AFA) Numa Progressão Geométrica, com n termos, $a_1 = 2$, $a_n = 432$ e $S_n = 518$, tem-se
a) $q < n$ b) $q = n$ c) $q > n$ d) $q < a_1$

Q146. A sequência $(2, 1+2x, 6+x)$ e uma P.A. Somando-se y unidades ao 3º terno, obtém-se uma P. G. Determine y.

Q147. Calcule o valor de x sabendo que os números $2x - 3$, $3x - 2$ e $5x$ são termos consecutivos de uma P.G.

Q148. Determine x de modo que $(2^{x^2-6}, 2^{2x-1}, 2^{x+4})$ seja uma P.G. Escreva a P.G. e determine sua razão.

Q149. Determine x, inteiro, de modo que 2^{x+2}, 2^{x^2-7} e $4^{x-\frac{7}{2}}$ sejam termos consecutivos de uma P.G.

Q150. (CESCEM) Se três números positivos, a, b e c formam, nessa ordem, uma P. G., temos que
a) seus logaritmos em uma mesma base formarão, na mesma ordem, uma PA com razão igual a da PG
b) seus logaritmos serão todos positivos
c) seus logaritmos serão todos negativos
d) seus logaritmos numa mesma base formarão uma PA de razão Igual ao logaritmo da razão da PG
e) seus logaritmos estarão também em PG

Bloco 9

Q151. (UMSP) O número real x é estritamente positivo e diferente de 1. A seqüência $(x^2, x, \log x)$ é uma progressão geométrica. Então o valor de x é:
a) -1 b) 0 c) $0,1$ d) 1 e) 10

Q152. Determine números em P. G. conhecendo sua soma $\frac{19}{9}$ e o seu produto $\frac{8}{27}$.

Q153. Sejam $a < b < c$ três termos consecutivos de uma PG, todos positivos. Se $a = m - 1$, $b = m + 5$, $c = 11m - 1$, então o valor de $a + b + c$ e
a) 40 b) 42 c) 44 d) 46

Q154. Numa progressão geométrica de 4 termos positivos, a soma dos 2 primeiros vale 1 e a soma dos dois últimos vale 9. Calcule a razão da progressão.

Q155. Numa P.G. temos $a_3 + a_5 + a_8 = 370$ e $a_4 + a_6 + a_9 = 740$. Calcule a soma dos dez primeiros termos dessa P.G.

Q156. Numa P.G. temos $a_1 + a_2 = 28$ e $a_3 + a_4 = 175$. Determine a razão e o primeiro termo da progressão.

Q157. (FUVEST)

(a) Se os preços aumentam 10% ao mês, qual a porcentagem de aumento em um trimestre?

(b) Supondo a inflação constante, qual deve ser a taxa trimestral de inflação para que a taxa anual seja 100%?

Q158. (PUC) Calcule a soma dos sete primeiros termos da progressão geométrica definida por $a_n = 3^{n-2}$.

Q159. Uma P.G. tem $a_1 = 3$ e $q = 4$. A soma dos k primeiros termos dessa P.G. é igual a 4095. Calcule k.

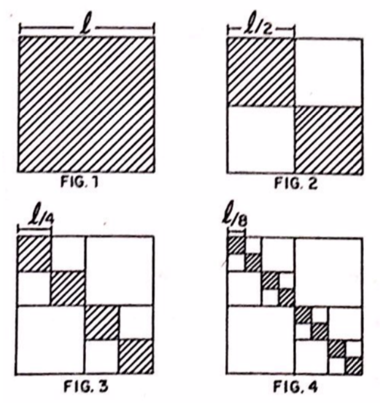
Q160. (MACK) O sexto termo de uma progressão geométrica, na qual dois meios geométricos estão inseridos entre 3 e 24, tomados nessa ordem, é
a) -48 b) -96 c) 48 d) 96 e) 192

Q161. (UMSP) Em toda PG de razão $q \neq 1$, onde $a \neq 0$ é o primeiro termo, b é o termo de ordem $n + 1$ e c é o termo de ordem $2n + 1$, é válida a relação
a) $ac = b^2$
b) $a + c = 2b$
c) $b = \frac{c}{a}$
d) $c^2 = a^2 + b^2$
e) $c^2 = a^2 - b^2$

Q162. (FUVEST) A população humana de um conglomerado urbano é de 10 milhões de habitantes e a de ratos é de 200 milhões. Admitindo-se que ambas as populações cresçam em progressão geométrica, de modo que a humana dobre a cada 20 anos e a de ratos dobre a cada ano. Dentro de 11 anos quantos ratos haverá por habitante?

Q163. (FUVEST) No dia 1º de setembro foi aberta uma caderneta de poupança e depositada uma quantia X. No dia 1º de dezembro do mesmo ano o saldo era de R$ 665.500. Sabendo que, entre juros e correção monetária, a caderneta rendeu 10% ao mês, qual era a quantia X, em milhares de reais?
a) 650 b) 600 c) 550 d) 500 e) 450

Q164. (CESESP) Considere a sequência de figuras abaixo:



Assinale a alternativa que corresponde à soma de todas as áreas tracejadas da sequência:
a) ℓ^2
b) $\ell^2 + \frac{1}{2}$
c) $3\ell^2$
d) $2\ell^2$
e) $\ell^2 + 2$

Q165. Resolver a equação:

$$|x+1| + \frac{|x+1|}{2} + \frac{|x+1|}{4} + \ldots = 5$$

Q166. (Unicamp) Considere una seqüência infinita de círculos, tangentes a duas retas e entre si. A figura mostra os três primeiros.

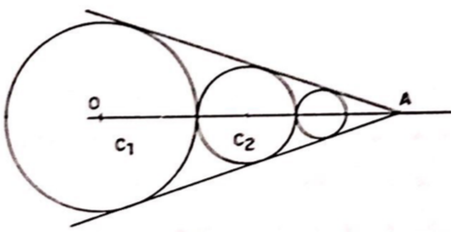


Figura 1.7

Sabendo-se que o raio de C_1 (cujo centro é O) vale 5 cm, e OA mede 10 cm, calcule a soma das áreas dessa infinidade de círculos.

Q167. Consideremos um quadrado de lado a. Unindo os pontos médios dos lados obtemos um outro quadrado. Unindo os pontos médios do novo quadrado obtemos um outro quadrado e vamos, assim, procedendo indefinidamente. Calcule o limite da soma das áreas de todos os quadrados assim construídos.

Bloco 10

Q168. (UNESP) Seja $S_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{2^n}$, n número natural diferente de zero. O menor número n tal que $S_n > 0,99$ é:
a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

Q169. (EsFAO) O valor de $\sum_{n=1}^{\infty}(\frac{2}{5^n} + \frac{1}{7^n}) - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}$ é:
a) $-\frac{7}{12}$ b) $-\frac{1}{3}$ c) $-\frac{11}{35}$ d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{5}{3}$

Q170. (EsFAO) Se $1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \ldots = \frac{3}{2}$, com $n \in \mathbb{Z}$, então o valor de n é
a) -1 b) 0 c) 1 d) 2 e) 3

Q171. Desenvolvendo $\sum_{n=k}^{2k}(2^n + 2n + 2)$, dê a expressão final mais simples.

Q172. (UFGO) Seja $a_1, a_2, a_3, \ldots$ uma sequência de quadrados tal que a área de a_k, $k \geq 2$, é igual a 2 vezes a área de a_{k-1}. Se a área de a_s e 8 cm^2, então a área de a_1, em cm^2, é:
a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{8}{5}$ c) $\frac{5}{8}$ d) 2 e) 4

Q173. (UFSC) Ao dividirmos um segmento de comprimento m em três partes iguais, retiramos a parte central; se para cada um dos segmentos obtidos repetimos o processo, retirando suas partes centrais, e assim sucessivamente. podemos afirmar que a soma dos comprimentos dos segmentos retirados ê a) 0 b) m c) $\frac{m}{3}$ d) $\frac{m}{2}$ e) $\frac{m}{8}$

Q174. (ITA) Considere uma progressão geométrica, onde o 1º termo é a, $a > 1$, a razão é q, $q > 1$, e o produto dos seus termos é c. Se $\log_a b = 4$, $\log_q b = 2$ e $\log_c b = 0,01$, quantos termos tem esta progressão geométrica?
a) 12 b) 14 c) 16 d) 18 e) 20

Q175. (UMSP) Com relação a uma progressão geométrica, sabe-se que:

(I) $a_1 \cdot a_2 < 0$

(II) $a_{157} > 0$

(III) $a_{129} \cdot a_1 = 1$

Então o produto dos 129 primeiros termos, é:
a) 129
b) 57
c) -1
d) 1
e) $\frac{1}{q}$, onde q e a razão da progressão

Q176. Os lados de um triângulo retângulo apresentam medidas em P.G. Calcular a razão da P.G.

Q177. Os lados de um triângulo formam uma P.G. crescente. Determinar a razão da P.G.

Q178. As medidas dos lados de um triângulo são expressas por números inteiros em P.G. e seu produto é 1728. Calcule as medidas dos lados.

Q179. (MAPOFEI) Calcular todos os ângulos x, em radianos, de modo que os números $\frac{\operatorname{sen} x}{2}$, $\operatorname{sen} x$, $\tan x$ estejam em P.G.

Q180. (MAPOFEI)

(a) Calcule a soma

$$S = \log_2 a + \log_2 2a + \log_2 4a + \ldots + \log_2 2^n a$$

(b) Qual o valor de a, se $S = n + 1$?

Q181. Calcular o produto dos 101 termos iniciais da P.G. alternante em que $a_{51} = -1$.

Q182. Uma sequência é tal que:

(I) os termos de ordem par são ordenadamente as potências de 2 ciujo expoente é igual ao índice do termo, isto é, $a_{2n} = 2^{2n}$ para todo $n \geq 1$.

(II) os termos de ordem ímpar são ordenadamente as potências de -3 cujo expoente é igual ao índice do termo, isto é, $a_{2n-1} = (-3)^{2n-1}$ para todo $n \geq 1$.

Calcular o produto dos 55 termos iniciais da sequência.

Q183. (ITA) Partindo de um quadrado O_1, cujo lado mede a metros, considerando os quadrados O_2,O_3,O_4,…,O_n tais que os vértices de cada quadrado sejam os pontos médios dos laos do quadrado anterior. Calcular a soma das áreas dos quadrados O_1,O_2,O_3,…,O_n.

Bloco 11

Q184. Prove que em toda P.G.:

$$S_n^2 + S_{2n}^2 = S_n \cdot (S_{2n} + S_{3n})$$

Q185. Calcular onze números em P.G. sabendo que a soma dos dez primeiros é 3069 e que a soma dos 10 últimos é 6138.

Q186. Uma P.G. finita tem n termos. Sendo S a soma dos termos, S' a soma de seus inversos e P o produto dos elementos, provar que $P^2 = \frac{S}{S'}$.

Q187. Calcule a soma dos termos das sequências:

(a) $(2, \frac{2}{5}, \frac{2}{25}, \frac{2}{125}, \ldots)$

(b) $(-3, -1, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{9}, \ldots)$

(c) $(5, -1, \frac{1}{5}, -\frac{1}{25}, \ldots)$

(d) $(-\frac{4}{5}, \frac{2}{5}, -\frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \ldots)$

Q188. Calcular a soma da série infinita:

$$1 + 2 + \frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{1}{9} + \frac{2}{25} + \ldots + \left(\frac{1}{3}\right)^n + 2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^n + \ldots$$

Q189. Para que número converge a série $\frac{2a}{3} + \frac{a}{9} + \frac{a}{54} + \frac{a}{324} + \ldots$?

Q190. Calcule $S = \frac{3}{5} + \frac{6}{35} + \frac{12}{245} + \ldots$.

Q191. (T2) Se x e y são positivos e se, x, xy e $3x$ estão, nessa ordem, em progressão geométrica, então o valor de y é:
a) $\sqrt{2}$ b) 2 c) $\sqrt{3}$ d) 3 e) 9

Q192. (T2) A sequência $(2; 1 + 2x; 6 + x)$ é uma P.A. Somando-se y unidades ao 3º termo, obtém-se uma P.G. Calcule y.

Q193. (T3) Considere uma progressão geométrica cujo primeiro termo vale $a_1 = c$ e cuja razão vale $q = \frac{1}{c}$. Calcule:

(a) O termo na $(v+4)$-ésima posição;

(b) A soma dos $t + 3$ primeiros termos;

(c) A soma dos infinitos termos desta progressão;

(d) A diferença aproximada entre os itens (b) e (c) anteriores.

Observação: Substitua c pelo total de consoantes de seu primeiro nome, v pelo total de vogais de seu segundo nome (não use a preposição) e t para o total de letras do terceiro nome. Exemplo: Leonardo Santos Barbosa; neste caso, $c = 4$, $v = 2$ e $t = 7$.

Q194. (T3) Em uma progressão geométrica, o segundo termo é 27^{-2}, o terceiro termo é 9^4, e o quarto termo é 3^n. Calcule o valor de n.

Q195. (T1) Sabendo que uma P.G. tem $a_1 = 4$ e razão $q = 2$, determine a soma dos 8 primeiros termos dessa progressão:
a) 1020 b) 128 c) 512 d) 800

Q196. Qual é o conjunto-solução da equação a seguir?

$$x^0 + x^1 + x^2 + x^3 + \ldots = 1$$

Q197. (T1) Em uma P.G. de razão 2, o 4º termo é 48. A soma dos 6 primeiros termos dessa P.G. vale:
a) 378 b) 382 c) 384 d) 386

Q198. (T1) Uma P.A. e uma P.G. têm, ambas, o 1º termo igual a 4, sendo que os seus 3º termos são estritamente positivos e coincidem. Sabe-se ainda que o 2º termo da P.A. excede o 2º termo da P.G. em 2. Então, o 3º termo das progressões é:
a) 10 b) 12 c) 14 d) 16

Q199. (T1) A soma dos 8 primeiros termos da P.G. $(7, 21, \ldots)$ é:
a) 22960 b) 6561 c) 26562 d) 6559

Q200. (T1) As medidas do lado, do perímetro e da área de um quadrado estão em P.G, nessa ordem. Então a área do quadrado mede:
a) 256 b) 144 c) 169 d) 225

Q201. (T1) Se a sequência $(x, 3x + 2, 10x + 12, \ldots)$ é uma P.G. crescente de termos não-nulos calcule o valor de x e a soma dos cinco primeiros termos dessa P.G.

Q202. (EEAr) Uma P.G. de razão $\sqrt{3}$ tem cinco termos. Se o último termo é $9\sqrt{3}$, então o primeiro é

a) $\sqrt{3}$ b) $5\sqrt{3}$ c) 3 d) $\frac{1}{3}$

Q203. (EEAr) A soma dos n primeiros termos da PG $(1, -2, 4, -8, \ldots)$ é -85. Logo, n é
a) 8. b) 10. c) 12. d) 14.

Bloco 12

Q204. (EEAr) A soma dos infinitos termos da P.G. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \ldots)$ é
a) $\frac{3}{2}$. b) $\frac{2}{3}$. c) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ d) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

Q205. (EEAr) Na P.G. $(y, 2y+2, 3y+3, \ldots)$, o 4º termo, que é diferente de zero, vale
a) 2. b) $\frac{3}{2}$. c) -4. d) $-\frac{27}{2}$

Q206. (EEAr) Em uma PG de razão 6, o quarto termo é 48. Assim, o primeiro termo é
a) 2. b) 3. c) 16. d) 92.

Q207. (EEAr) Numa P.G., onde o 1º termo é 3, a soma dos três primeiros termos é 21. Se a soma dos quatro primeiros termos é 45, o quinto termo é
a) 51. b) 50. c) 49. d) 48.

Q208. (AFA) Uma P.A. cujo primeiro termo é zero e uma P.G. cujo primeiro termo é 1 possuem a mesma razão. O nono termo da P.G. é igual ao quadrado do nono termo da P.A. Então
a) uma das razões em comum é -2.
b) a razão comum é -1.
c) a razão comum é 1.
d) não existem as duas progressões.

Q209. (CCP) Em uma progressão geométrica, os números a_1, a_7 e $a_8 - 1$, nesta ordem, formam uma progressão aritmética de razão 63. Se a P.G. tem razão igual a 2, o primeiro termo da P.G. é:
a) 1 b) 2 c) 4 d) 8

Q210. (CCP) A maior e a menor raízes da equação $x^2 - 3x + 2 = 0$ são, respectivamente, a razão e o quinto termo de uma P.G. Então a soma dos 9 termos iniciais da P.G. é:
a) 511 b) 511/16 c) 255 d) 255/16

Q211. (CCP) Calculando o valor de $x = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \ldots + 1024$ encontramos:
a) 2048 b) 2047 c) 2000 d) 2018

Q212. (CCP) Uma P.A. tem 8 termos de soma 36. O segundo, o quarto e o oitavo termos, nesta ordem formam uma P.G. de razão 2. Então, a razão da P.A. é:
a) 4 b) 1 c) 8 d) 2

Q213. (CCP) O produto dos 10 primeiros termos de uma P.G. com $a_2 = -3\sqrt{3}$ e quinto termo igual a 27 é:
a) 3 b) -3 c) $3^{\frac{65}{2}}$ d) $-33^{\frac{65}{2}}$

Q214. (CCP) O produto das raízes da equação do segundo grau $x^2 + \sqrt{2}x - \sqrt{3} = 0$ é a razão de uma P.G. cujo primeiro termo é $\sqrt{2}$. Deste modo a soma dos 10 primeiros termos da P.G é:
a) $-121(\sqrt{6} - \sqrt{2})$
b) $121(\sqrt{6} - \sqrt{2})$
c) $-121(\sqrt{6} + \sqrt{2})$
d) $121(\sqrt{6} + \sqrt{2})$

Q215. (CCP) Os três primeiros termos de uma P.G. valem $\log a$, $\log b$ e $\log c$, exatamente nesta ordem. Deste modo, uma relação correta entre os valores de a, b e c é:
a) $a = bc$
b) $\log a = \log bc$
c) $\log_b a^{\log_b c} = 1$
d) $\log_b 2 = \log(ac)$

Q216. (F.C. Chagas) A sequência $f = (a_i)$, $i \in \mathbb{N}^*$, em que $a_i = 2 - 3i$, é uma:
a) P.G. alternada
b) P.A. crescente
c) P.G. crescente
d) P.A. decrescente
e) P.G. decrescente

Q217. (Fuvest) O 5º e o 7º termos de uma P.G. de razão positiva valem, respectivamente, 10 e 16. O 6º termo desta P.G. é:
a) 13 b) $10\sqrt{6}$ c) 4 d) $4\sqrt{10}$ e) 10

Q218. (UMESP) A sequência $(x, xy, 2x)$, $x \neq 0$, é uma P.G. Então necessariamente:
a) x é um número racional
b) x é um número irracional
c) y é um número racional
d) y é um número irracional
e) $\frac{y}{x}$ é um número irracional

Q219. A soma dos seis primeiros termos da P.G. $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \ldots\right)$ é:
a) $\frac{12}{33}$ b) $\frac{15}{32}$ c) $\frac{21}{33}$ d) $\frac{21}{32}$ e) $\frac{2}{3}$

Bloco 13

Q220. (Mack) O sexto termo de uma progressão geométrica, na qual dois meios geométricos estão inseridos entre 3 e -24, tomados nesta ordem é:
a) -48 b) -96 c) 48 d) 96 e) 192

Q221. A soma $2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{500}$ é igual a:
a) $2^{500} + 1$ b) $2^{501} + 1$ c) $2^{500} - 1$ d) $2(2^{500} + 1)$ e) $2(2^{500} - 1)$

Q222. (EsPCEx) Numa progressão geométrica (P.G.) crescente de 5 termos, o primeiro e o último correspondem, respectivamente, às raízes da equação $x^2 - 51x + 144 = 0$. O valor da soma do segundo, terceiro e quarto termos dessa P.G. é
A) 12 B) 24 C) 28 D) 36 E) 42

Q223. (EEAr) Uma P.G. de razão $\sqrt{3}$ tem cinco termos. Se o último termo é $9\sqrt{3}$, então o primeiro é
a) $\sqrt{3}$ b) $5\sqrt{3}$ c) 3 d) $\frac{1}{3}$

Q224. (EEAr) A soma dos infinitos termos da P.G. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \ldots)$ é
a) $\frac{3}{2}$. b) $\frac{2}{3}$. c) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ d) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

Q225. (EEAr) Numa P.G., onde o 1º termo é 3, a soma dos três primeiros termos é 21. Se a soma dos quatro primeiros termos é 45, o quinto termo é
a) 51. b) 50. c) 49. d) 48.

Q226. (EEAr) Na P.G. $(y, 2y+2, 3y+3, \ldots)$, o 4º termo, que é diferente de zero, vale
a) 2. b) $\frac{3}{2}$. c) -4. d) $-\frac{27}{2}$

Q227. (EEAr) Numa P.G., onde o 1º termo é 3, a soma dos três primeiros termos é 21. Se a soma dos quatro primeiros termos é 45, o quinto termo é
a) 51. b) 50. c) 49. d) 48.

Q228. (EEAr) A soma dos n primeiros termos da PG $(1, -2, 4, -8, \ldots)$ é -85. Logo, n é
a) 8. b) 10. c) 12. d) 14.

Q229. (EEAr) Em uma PG de razão 6, o quarto termo é 48. Assim, o primeiro termo é
a) 2. b) 3. c) 16. d) 92.

Q230. Uma P.A. tem 3 termos e o primeiro é 10, se somarmos o primeiro termo ao último termo desta P.A., teremos uma P.G. crescente com o mesmo número de termos. Calcule a razão q da P.G.:
a) 10 b) 4 c) 2 d) $\frac{1}{2}$

Q231. O lado ℓ de um quadrado e sua diagonal são, nesta ordem, os dois primeiros termos de uma P.G.; então o terceiro termo desta progressão:
a) é a área do quadrado
b) é o perímetro do quadrado
c) é o semiperímetro do quadrado
d) é o dobro da área do quadrado

Q232. Uma P.G. tem, para a soma de seus n termos, a expressão $S_n = \frac{3^n-1}{2}$. O quinto termo desta P.G. é:
a) 3 b) 9 c) 27 d) 81

Q233. (PUC) Ache números a e b tais que os números 3, a e b estejam em progressão geométrica e os números a, b e 9 estejam em progressão aritmética.

Q234. (Cesgranrio) Se x e y são positivos e se, x, xy e $3x$ estão, nessa ordem, em progressão geométrica, então o valor de y é:
a) $\sqrt{2}$ b) 2 c) $\sqrt{3}$ d) 3 e) 9

Q235. Os três primeiros termos de uma P.G. valem $\log a$, $\log b$ e $\log c$, exatamente nesta ordem. Deste modo, uma relação correta entre os valores de a, b e c é:
a) $a = bc$
b) $\log a = \log bc$
c) $\log_b a^{\log_b c} = 1$
d) $\log b^2 = \log(ac)$

Bloco 14

Q236. (ITA) Seja $a > 0$ o 1º termo de uma progressão aritmética de razão r e também de uma progressão geométrica de razão $q = \frac{2r\sqrt{3}}{3a}$. A relação entre a e r para que o terceiro termo da progressão geométrica coincida com a soma dos 3 primeiros termos da progressão aritmética é:
a) $r = 3a$.
b) $r = 2a$.
c) $r = a$.
d) $r = \sqrt{2a}$.
e) N.D.A.

Q237. (EsPCEx) A sequência de números reais a, b, c, d forma, nessa ordem, uma progressão aritmética cuja soma dos termos é 110, a sequência de números reais a, b, e, f forma, nessa ordem, uma progressão geométrica de razão 2. A soma $d + f$ é igual a:
A) 142 B) 132 C) 120 D) 102 E) 96

Q238. (T1) Sabendo que uma P.G. tem $a_1 = 4$ e razão $q = 2$, determine a soma dos 8 primeiros termos dessa progressão:
a) 1020 b) 128 c) 512 d) 800

Q239. Qual é o conjunto-solução da equação a seguir?

$$x^0 + x^1 + x^2 + x^3 + \ldots = 1$$

Q240. (T1) Em uma P.G. de razão 2, o 4º termo é 48. A soma dos 6 primeiros termos dessa P.G. vale:
a) 378 b) 382 c) 384 d) 386

Q241. (T1) Uma P.A. e uma P.G. têm, ambas, o 1º termo igual a 4, sendo que os seus 3º termos são estritamente positivos e coincidem. Sabe-se ainda que o 2º termo da P.A. excede o 2º termo da P.G. em 2. Então, o 3º termo das progressões é:
a) 10 b) 12 c) 14 d) 16

Q242. (T1) A soma dos 8 primeiros termos da P.G. $(7, 21, \ldots)$ é:
a) 22960 b) 6561 c) 26562 d) 6559

Q243. (T1) As medidas do lado, do perímetro e da área de um quadrado estão em P.G, nessa ordem. Então a área do quadrado mede:
a) 256 b) 144 c) 169 d) 225

Q244. (T1) Se a sequência $x, 3x+2, 10x+12, \ldots)$ é uma P.G. crescente de termos não-nulos calcule o valor de x e a soma dos cinco primeiros termos dessa P.G.

Q245. (EEAr) Uma P.G. de razão $\sqrt{3}$ tem cinco termos. Se o último termo é $9\sqrt{3}$, então o primeiro é

a) $\sqrt{3}$ b) $5\sqrt{3}$ c) 3 d) $\frac{1}{3}$

Q246. (EEAr) A soma dos n primeiros termos da PG $(1, -2, 4, -8, \ldots)$ é -85. Logo, n é
a) 8. b) 10. c) 12. d) 14.

Q247. (EEAr) A soma dos infinitos termos da P.G. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \ldots)$ é
a) $\frac{3}{2}$. b) $\frac{2}{3}$. c) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ d) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

Q248. (EEAr) Na P.G. $(y, 2y+2, 3y+3, \ldots)$, o 4º termo, que é diferente de zero, vale
a) 2. b) $\frac{3}{2}$. c) -4. d) $-\frac{27}{2}$

Q249. (EEAr) Em uma PG de razão 6, o quarto termo é 48. Assim, o primeiro termo é
a) 2. b) 3. c) 16. d) 92.

Q250. (EEAr) Numa P.G., onde o 1º termo é 3, a soma dos três primeiros termos é 21. Se a soma dos quatro primeiros termos é 45, o quinto termo é
a) 51. b) 50. c) 49. d) 48.

Bloco 15

Q251. (USP) Que tipo de progressão constitui sequência:

$$\operatorname{sen} x, \operatorname{sen}(x+\pi), \operatorname{sen}(x+2\pi), \ldots, \operatorname{sen}(x+n\pi)$$

com $\operatorname{sen} x \neq 0$?

Q252. Provar que se, a, b e c são termos de ordem p, q e r, respectivamente de uma mesma P.G., então:

$$a^{q-r} \cdot b^{r-p} \cdot c^{p-q} = 1$$

Q253. Provar que se $(a_1, a_2, a_3, \ldots)$ é uma P.G. com termos todos diferentes de zero, então $(\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \ldots)$ também é P.G.

Q254. Provar que se $(a_1, a_2, a_3, \ldots)$ é uma P.G., então $(a_1, a_3, a_5, \ldots)$ e $(a_2, a_4, a_6, \ldots)$ também são P.G.

Q255. Provar que se x, y e z estão em P.G., nesta ordem, vale a relação:

$$(x+y+z)(x-y+z) = x^2+y^2+z^2$$

Q256. Provar que se a, b, c, d, estão em P.G., nesta ordem, então:

$$(b-c)^2 = ac + bd - 2ad$$

Q257. Provar que se a, b, c formam, nesta ordem, uma P.A. e uma P.G., então $a = b = c$.

Q258. Provar que se os números a, b, c, d, estão em P.G., nesta ordem, formam uma P.G., então vale que:

$$(b-c)^2 + (c-a)^2 + (d-b)^2 = (a-d)^2$$

Q259. Os números x, y, z e w estão em PG nesta ordem. Escreva o resultado da expressão $(y-z)^2 + (z-x)^2 + (w-y)^2$ sob a forma do que o quadrado da diferença de dois dentre os termos dessa PG.

Q260. (EsSA) O valor de x tal que $3^4 \cdot 3^5 \cdot 3^6 \cdot \ldots \cdot 3^x = 3^{30}$ é:
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 12 (E) 13

Q261. (EsPCEx) A partir de um cubo de aresta 1, inscreve-se uma esfera; nessa esfera inscreve-se um novo cubo e neste, uma nova esfera. Repetindo essa operação indefinidamente, a soma das áreas totais desses cubos é igual a
a) 7 b) 8 c) 9 d) 10 e) 11

Q262. (EsPCEx) A sequência $(a_1, a_2, \ldots, a_{10})$, onde $a_1 = \frac{3}{2}$, $a_2 = \frac{5}{2}$, $a_3 = \frac{9}{2}, \ldots$, $a_{10} = \frac{1025}{2}$ é de tal forma que para cada $n \in \{1, 2, \ldots, 10\}$ temos que $a_n = b_n + c_n$, onde $(b_1, b_2, \ldots, b_{10})$ é uma PG com $b_1 \neq 0$ e de razão $q \neq \pm 1$ e $(c_1, c_2, \ldots, c_{10})$ é uma PA constante. Podemos afirmar que $a_1 + a_2 + \ldots + a_{10}$ é igual a
a) 98 b) 172 c) 260 d) 516 e) 1028

Capítulo 2

Gabarito

Q1. 4
Q2. $\frac{16}{9}$
Q3. 30 ou -30
Q4. -4
Q5.

(a) $a+b=7$

(b) $a+b=12$

Q6. 1
Q7.

(a) V

(b) V

(c) F

(d) F

Q8. Não.
Q9.

(a) V

(b) V

(c) V

(d) F

Q10. $k=\frac{a}{a-1}$, $a\neq 1$
Q11. 4
Q12.

(a) V

(b) F

(c) F

(d) F

Q13. 2
Q14. -10
Q15. B
Q16. 108
Q17. $\frac{5}{64}$
Q18. 8
Q19. 3
Q20. -12 ou 3
Q21. 6
Q22. 3^{-7}
Q23. 128
Q24. 128
Q25. -33
Q26.
Q27.

(a) 405 coelhos

(b) 31 dias

Q28. $6-a$
Q29. 3
Q30. $-\frac{1}{2}$
Q31. C
Q32. $\{\frac{3}{8},\frac{3}{4},\frac{3}{2}\}$
Q33. $(2,10,50,250)$
Q34. $12,5$ m
Q35. $(3,3,3,3,3)$
Q36. $(2,6,18,54,162,486)$
Q37. C
Q38. $a=2$, $b=6$, $c=18$ e $d=30$ ou $a=32$, $b=16$, $c=8$ e $d=0$
Q39. $\{6,12,18\}$
Q40. $a_{10}=512$ e $a_{15}=16384$
Q41. $a^{100}=2\cdot 3^{99}$
Q42. 1023 provas
Q43. 3^{10}
Q44. Não.
Q45. $(\frac{1}{3},1,3,9,27)$
Q46. 248322
Q47. $a_1=\frac{10}{273}$ e $q=3$
Q48. 12
Q49. $\frac{1023}{512}$
Q50. $\frac{3^{20}-1}{2}$
Q51. $S=\frac{a(q^{2n}-1)}{q-1}$
Q52. 8
Q53. 11
Q54. 19
Q55. $3(3^8-1)$ ou $\frac{3}{2}(1-3^8)$
Q56. 7
Q57. C
Q58. $\frac{3A}{2A+1}$
Q59. $\frac{5}{3}$
Q60. B
Q61. A
Q62. $a=\frac{9}{2}$ e $\frac{27}{4}$ ou $a=-3$ e $b=3$
Q63. 1
Q64. $1,5$ cm^2
Q65. 16 cm^2
Q66.

(a) 2^{45}

(b) $2^{20}\cdot 3^{190}$

(c) $3^{25}\cdot 2^{300}$

(d) -2^{2145}

(e) 1

(f) a^{5050}

Q67. A
Q68. 3
Q69. $q=\pm 2$
Q70. $q=\frac{1}{2}$
Q71. B
Q72. 6
Q73. D
Q74. 6
Q75.
Q76. $x=a^{\frac{2}{3}}\cdot b^{\frac{1}{3}}$ e $y=a^{\frac{1}{3}}\cdot b^{\frac{2}{3}}$
Q77. $2^{\frac{99}{2}}$
Q78. $a=\frac{9}{2}$ e $b=\frac{27}{4}$ ou $a=-3$ e $b=3$
Q79. $q=\frac{1}{2}$
Q80. E
Q81. A
Q82. C
Q83. Somente o item (iii). Use a soma dos termos de uma P.G.
Q84.

(a) —

(b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Q85. D
Q86. A
Q87. B
Q88. D
Q89. C
Q90. D
Q91. D
Q92. E
Q93. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
Q94.

(a) 6

(b) $\frac{1}{2}$

Q95. A
Q96.
Q97.
Q98.
Q99.
Q100. B
Q101.
Q102.
Q103.
Q104.
Q105.
Q106.

(a) 8000 bactérias

(b) 17 h

Q107. A
Q108. C
Q109. B
Q110. A
Q111. $\frac{3}{2}$
Q112. B
Q113. A
Q114. A
Q115. 328050
Q116. D
Q117. C
Q118. E
Q119. B
Q120. A
Q121. A
Q122. D
Q123. C
Q124. C
Q125. D
Q126. A
Q127. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
Q128. B
Q129. A
Q130. A
Q131. q^r; Sugestão: faça primeiro com números como exemplo e depois tente verificar para o caso geral.
Q132. B
Q133. B
Q134. A
Q135. C
Q136.
Q137. A
Q138.
Q139. B
Q140.
Q141. B
Q142.
Q143. D
Q144.
Q145. C
Q146. $\frac{9}{2}$
Q147.
Q148.
Q149.
Q150.
Q151.
Q152.
Q153.
Q154.
Q155.
Q156.
Q157.
Q158.
Q159.
Q160.
Q161.
Q162.
Q163.
Q164.
Q165.
Q166.
Q167.
Q168.
Q169.
Q170.
Q171.
Q172.
Q173.
Q174.
Q175.
Q176. $q = \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$
Q177. $1 < q < \frac{1+\sqrt{5}}{2}$
Q178. $12, 12, 12$ ou $8, 12, 18$
Q179. $x = k\pi$ ou $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi$
Q180.

(a) $S = \log_2[a^{n+1} \cdot 2^{\frac{n(n+1)}{2}}]$

(b) $a = 2^{1-\frac{n}{2}}$

Q181. -1
Q182. $2^{756} \cdot 3^{784}$
Q183. $\frac{4^n-1}{3\cdot 4^{n-1}} \cdot a^2$
Q184. —
Q185. $(3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768, 1536, 3072)$
Q186. —
Q187.

(a) $\frac{5}{2}$

(b) $-\frac{9}{2}$

(c) $\frac{25}{6}$

(d) $-\frac{8}{15}$

Q188. 4
Q189. $\frac{4a}{5}$
Q190. $\frac{21}{25}$
Q191. C
Q192. $\frac{9}{2}$
Q193.

(a) $a_{v+4} = c^{-(v+2)}$

(b) $\frac{c((\frac{1}{c})^{t+3}-1)}{\frac{1}{c}-1}$

(c) $\frac{c^2}{c-1}$

(d) $\frac{1}{(c-1)c^{t+1}}$

Q194. $n = 22$
Q195. A
Q196. $S = \emptyset$
Q197. A
Q198. D
Q199. A
Q200. A
Q201. $x = 2$ e $S_5 = 682$
Q202.
Q203.
Q204.
Q205. D
Q206. X
Q207. D

Q208. A
Q209. A
Q210. B
Q211. B
Q212. B
Q213. B
Q214. B
Q215. C
Q216. D
Q217. D
Q218.
Q219.
Q220.
Q221.
Q222. E
Q223.
Q224.
Q225. D
Q226. D
Q227. D
Q228.
Q229. X
Q230. C
Q231. C
Q232. D
Q233. $a = \frac{9}{2}$ e $b = \frac{27}{4}$ ou $a = -3$ e $b = 3$
Q234. C
Q235. C
Q236.
Q237. B
Q238. A
Q239. $S = \emptyset$
Q240. A
Q241. D
Q242. A
Q243. A
Q244. $x = 2$ e $S_5 = 682$
Q245.
Q246.
Q247.
Q248. D
Q249. X
Q250. D
Q251. P.G. de razão -1.
Q252. —
Q253. —
Q254. —
Q255. —
Q256. —
Q257. —
Q258. —
Q259. $(x-w)^2$ ou $(w-x)^2$
Q260. C
Q261. C
Q262. E