Função Inversa

Leonardo Santos
www.cursomentor.com

13 de abril de 2021

Sumário

1 Função Inversa **1**
1.1 Função Injetora 1
1.2 Função Sobrejetora 1
1.3 Função Bijetora 1
1.4 Função Inversa 1
1.4.1 Definição da Função Inversa 1
1.4.2 Propriedades da Função Inversa 1
1.4.3 Obtenção Algébrica da Inversa 2
1.5 Exercícios 2

2 Gabarito **7**

Capítulo 1

Função Inversa

1.1 Função Injetora

Dizemos que uma função f de A em B é injetora (ou injetiva) se, e somente se, para todo par de valores x_1, x_2 em A temos y_1, y_2 em B tais que se $x_1 \neq x_2$, então $y_1 \neq y_2$. Em outras palavras, para cada valor diferente x no domínio A de f, teremos uma imagem $f(x)$ diferente em B.

1.2 Função Sobrejetora

Uma função $f : A \to B$ é dita sobrejetora (ou sobrejetiva) se, e somente se, $Im_f = B$. Dito de outra maneira, todos dos elementos de B se relacionam com elementos de A, ou seja, não podem "sobrar" elementos em B. Outro modo de dizer isso é: para todo $y = f(x) \in B$, existe $x \in A$, tal que $(x, f(x)) \in f$.

1.3 Função Bijetora

Se uma função $f : A \to B$ é injetora e sobrejetora, então ela é dita bijetora. Também dizemos que f é bijetiva ou uma bijeção de A em B. Alguns autores dizem que é uma função de um para um de A em B.

1.4 Função Inversa

Antes de partir para a definição, vejamos o exemplo a seguir. Sejam os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{2, 4, 6, 8\}$. Consideremos as funções $f : A \to B$, dada por $y = 2x$ e $g : B \to A$, dada por $y = \frac{x}{2}$. Escrevendo os pares ordenados de f teremos $f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)\}$, portanto, o domínio de f será $D_f = \{1, 2, 3, 4\}$ e, a imagem, $Im_f = \{2, 4, 6, 8\}$. Fazendo o mesmo para a função g, temos $g = \{(2, 1), (4, 2), (6, 3), (8, 4)\}$, sendo $D_g = \{2, 4, 6, 8\}$ e $Im_g = \{1, 2, 3, 4\}$.

Observamos que:

- Os pares ordenados (x, y) que pertencem à função g são obtidos simplesmente invertendo-se (trocando a abcissa pela ordenada) os pares ordenados que pertencem à função f.
- Como consequência direta, teremos $D_f = Im_g$ e $D_g = Im_f$.

Se estas duas condições ocorrem, dizemos que a função g é chamada de função inversa de f.

Faremos algumas observações:

- Note que isto não ocorre com qualquer função $f : A \to B$; as funções f em que isso ocorre, devem, obrigatoriamente, ser funções bijetoras. Caso contrário, ao invertermos os pares ordenados, uma das funções passará a ser apenas uma relação de A em B;
- As funções que admitem inversas são chamadas de inversíveis.
- Indicamos, em geral, a função inversa de f por f^{-1}.
- A inversa de f é f^{-1} e a inversa de f^{-1} é f, isto é, $(f^{-1})^{-1} = f$;
- Não confundir f^{-1} com $[f(x)]^{-1} = \frac{1}{f(x)}$. Esta segunda expressão é uma operação algébrica sobre as ordenadas de f, enquanto f^{-1} é a notação para a função g tal que $g = f^{-1}$ é a inversa de f.

1.4.1 Definição da Função Inversa

Dada uma função $f : A \to B$, bijetora, chama-se função inversa de f a função $f^{-1} : B \to A$ tal que $(a, b) \in f$ e $(b, a) \in f^{-1}$.

1.4.2 Propriedades da Função Inversa

Seguem algumas propriedades das funções inversas que podem ser úteis na resolução de problemas envolvendo este assunto.

(i) Já vimos que, se f e g são respectivamente inversas, $D_f = Im_g$ e $D_g = Im_f$;

(ii) Se f é crescente (estritamente), então sua inversa f^{-1} também é crescente (estritamente);

(iii) Se f é par, então f não admite inversa;

(iv) A inversa da função identidade $f(x) = x$ é ela própria;

(v) Se f e g são duas funções tais que $f(g(x)) = g(f(x)) = x$, então $f = g^{-1}$ e $f^{-1} = g$;

(vi) Se f e g são funções inversíveis, teremos $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$;

(vii) Os gráficos de f e f^{-1} são simétricos em relação ao gráfico da função identidade, isto é, para quaisquer a e b, tais que $P(a,b) \in f$ e $Q(b,a) \in f^{-1}$, teremos um ponto $M(x,x)$ pertencente a $y = x$ tal que $PM = MQ$;

(viii) Os gráficos de f e f^{-1}, quando se inteceptam no plano cartesiano, será em um ponto $P(x,x)$, ou seja, pertencente ao gráfico da função identidade.

1.4.3 Obtenção Algébrica da Inversa

Dada uma função f, é possível obter a expressão que determina sua inversa. Mas atenção, somente isso não garante que f é inversível. Estamos partindo do pressuposto de que f admite inversa e queremos mostrar um processo algébrico para determinação da expressão $f^{-1}(x)$ da função inversa de $f(x)$. Vamos lá:

(1) Troca-se o x por y na expressão de f;

(2) Isolamos o y e substituímos y por $f^{-1}(x)$

Vejamos um exemplo.

Calcular a expressão da função inversa da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x + 2$.

Temos $y = x + 2$, então trocamos x por y:

$$x = y + 2$$

Agora isolamos o valor de y na equação anterior:

$$y = x - 2$$

Que, como vimos, é a expressão da função inversa f^{-1} de f, ou seja:

$$f^{-1}(x) = x - 2$$

Assim, $f^{-1} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, com $f^{-1}(x) = x - 2$ é a inversa de f.

1.5 Exercícios

Bloco 1

Q1. Seja a função afim $f(x) = 3x + 1$. Calcule $f^{-1}(1)$.

Q2. Considere a função quadrática $f(x) = x^2 - 5x + 6$, $x \geq \frac{5}{2}$. Qual o valor de $f^{-1}(2)$?

Q3. Para cada função a seguir, mostre que é bijetora e determine a lei que define a inversa:

(a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 2x - 5$

(b) $g : \mathbb{R} - \{4\} \to \mathbb{R} - \{1\}$ tal que $g(x) = \frac{x+1}{x-4}$

(c) $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $h(x) = x^5$

Q4. (Iezzi & Murakami) Classifique a função $f : A \to B$ da figura 1.1 como injetora, sobrejetora e/ou bijetora:

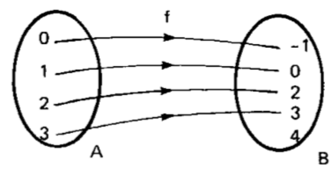


Figura 1.1

Q5. Considere a função $f(x) = \sqrt{-x+1}$. Calcule o valor de $f^{-1}(7)$.

Q6. Considere a função $f(x) = \frac{x^2+4x-5}{-3x^2+6x+\frac{3}{7}}$. Encontre o valor de $f^{-1}(-\frac{1}{3})$.

Q7. Considere a função f dada por $f(x) = 2^x \cdot (-5) + 4^x$, $x > 1$. Calcule $f^{-1}(-6)$.

Q8. Para cada uma das funções reais abaixo, encontre a lei de correspondência que define a função inversa:

(a) $f(x) = 2x + 3$

(b) $g(x) = \frac{4x-1}{3}$

(c) $h(x) = x^3 + 2$

(d) $p(x) = (x-1)^3 + 2$

Q9. Encontre o valor de $f^{-1}(0)$, para $f(x) = \frac{x+1}{1-x}$.

Q10. Calcular $f^{-1}(-1)$, sabendo que $f(x) = 3\log x$.

Q11. Para cada uma das funções reais abaixo, encontre a lei de correspondência que define a função inversa:

(a) $q(x) = \sqrt[3]{x+2}$

(b) $r(x) = \sqrt[3]{x-1}$

(c) $s(x) = \sqrt[3]{1-x^3}$

Q12. Encontre a expressão algébrica que corresponde a função inversa da função afim $f(x) = 3x + 4$.

Q13. Sejam $f(x) = x^2$ para $x > 0$ e $g(x)$ a inversa de f, então o valor de $f(g(4)) + g(f(4))$ está no intervalo:
a) $[0,6[$ b) $[6,12[$ c) $[12,18[$ d) $[18,24[$

Bloco 2

Q14. Seja f a função real tal que $f(2x-9) = x$ para todo x real. A igualdade $f(c) = f^{-1}(c)$, se verifica para c igual a:
a) 9 b) 1 c) 3 d) 5 e) 7

Q15. Obtenha a função inversa das seguintes funções:

(a) $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$, $f(x) = x^2$

(b) $f : A \to \mathbb{R}_+$, $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1\}$, $f(x) = (1-x)^2$

(c) $f : A \to \mathbb{R}_-$, $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2\}$, $f(x) = -(x-2)^2$

(d) $f : A \to \mathbb{R}_-$, $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1\}$, $f(x) = -(1-x)^2$

Q16. Considere uma função invertível $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 2x + b$, em que b é uma constante. Sendo f^{-1} a sua inversa, qual o valor de b, sabendo que o gráfico de f^{-1} passa pelo ponto $A(1, -2)$?
a) -2 b) -1 c) 2 d) 3 e) 5

Q17. Considere uma função $f : A \to B$, com $f(x) = 2x + 1$. Encontre a sua inversa.

Q18. (Iezzi & Murakami) Classifique a função $g : A \to B$ da figura 1.2 como injetora, sobrejetora e/ou bijetora:

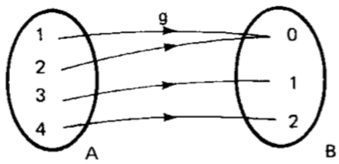


Figura 1.2

Q19. A função real definida por $f(x) = x^2$ admite função inversa?

Q20. Considere uma função afim f tal que sua inversa f^{-1} passa pelos pontos $(2, 3)$ e $(4, 5)$. Encontre a raiz da função f.

Q21. As funções f e g se interceptam no ponto $(2, 2)$. Encontre a raiz de f, sabendo que $g = f^{-1}$ e que $P(1, 4) \in g$.

Q22. (Iezzi & Murakami) Classifique a função $h : A \to B$ da figura 1.3 como injetora, sobrejetora e/ou bijetora:

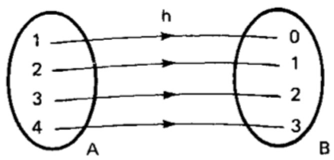


Figura 1.3

Q23. Seja a função $f : \mathbb{R}_- \to \mathbb{R}_+$, tal que $f(x) = x^2$. Qual a função inversa de f?.

Q24. (Iezzi & Murakami) Classifique a função $k : A \to B$ da figura 1.4 como injetora, sobrejetora e/ou bijetora:

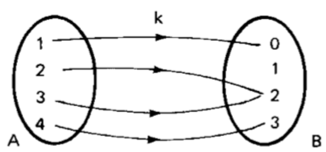


Figura 1.4

Q25. Obtenha a função inversa das seguintes funções:

(a) $f : \mathbb{R}_- \to B$, $B = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 1\}$, $f(x) = x^2 + 1$

(b) $f : \mathbb{R}_+ \to B$, $B = \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 4\}$, $f(x) = 4 - x^2$

(c) $f : \mathbb{R}_- \to B$, $B = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -1\}$, $f(x) = x^2 - 1$

Q26. Classifique a função em $\mathbb{R}$ a seguir (figura 1.5) como injetora, sobrejetora e/ou bijetora:

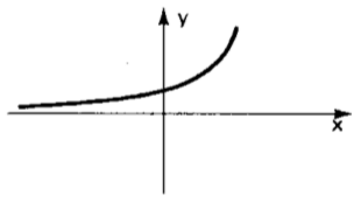


Figura 1.5

Q27. Encontre o valor máximo da função $f^{-1}(x)$, sabendo que $f : [1, 3] \to [7, 11]$ e que $f(x) = 2x + 5$.

Q28. Classifique a função em $\mathbb{R}$ a seguir (figura 1.6) como injetora, sobrejetora e/ou bijetora:

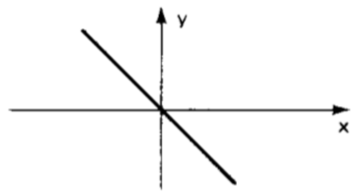


Figura 1.6

Q29. Encontre a função inversa da função afim dada por $f(x) = \sqrt{2}x + \sqrt{3}$.

Q30. Considere a função f de domínio $[a, +\infty[$ e contradomínio $\mathbb{R}_+$ tal que $f(x) = x^2 - 2x + 1$.

(a) Qual o menor valor de a de modo que f seja injetora?

(b) Determine a sentença que define $f^{-1} : \mathbb{R}_+ \to [a, +\infty[$.

Bloco 3

Q31. Classifique a função em $\mathbb{R}$ a seguir (figura 1.7) como injetora, sobrejetora e/ou bijetora:

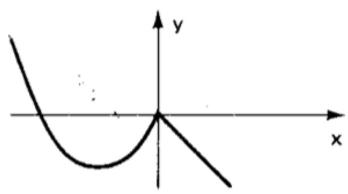


Figura 1.7

Q32. Encontre a função inversa da função afim $f(x) = ax + b$.

Q33. Considere a função afim $f(x) = 13x - 18$. Em que ponto (x, y) temos $f(x) = f^{-1}(x)$?

Q34. (UFF) Considere as funções f, g e h, todas definidas em $[m, n]$ com imagens em $[p, q]$ representadas através dos gráficos abaixo (figuras 1.8, 1.9 e 1.10):

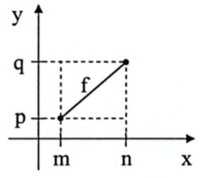


Figura 1.8

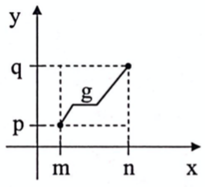


Figura 1.9

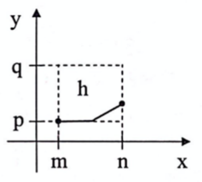


Figura 1.10

Pode-se afirmar que:
a) f é bijetiva, g é sobrejetiva e h não é injetiva
b) f é sobrejetiva, g é injetiva e h não é sobrejetiva
c) f não é injetiva, g é bijetiva e h é injetiva
d) f é injetiva, g não é sobrejetiva e h é bijetiva
e) f é sobrejetiva, g não é injetiva e h é sobrejetiva

Q35. Encontre a raiz de f^{-1} sendo f uma função afim dada por $f(x) = \frac{13x-41}{29}$.

Q36. (UNIRIO) A função inversa da função bijetora $f : \mathbb{R} - \{-4\} \to \mathbb{R} - \{2\}$ definida por $f(x) = \frac{2x-3}{x+4}$ é:
a) $f^{-1}(x) = \frac{x+4}{2x+3}$
b) $f^{-1}(x) = \frac{x-4}{2x-3}$
c) $f^{-1}(x) = \frac{4x+3}{2-x}$
d) $f^{-1}(x) = \frac{4x+3}{x-2}$
e) $f^{-1}(x) = \frac{4x+3}{x+2}$

Q37. Classifique a função em $\mathbb{R}$ a seguir (figura 1.11) como injetora, sobrejetora e/ou bijetora:

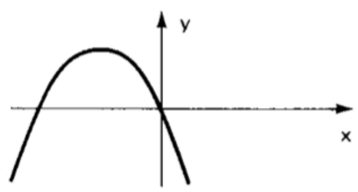
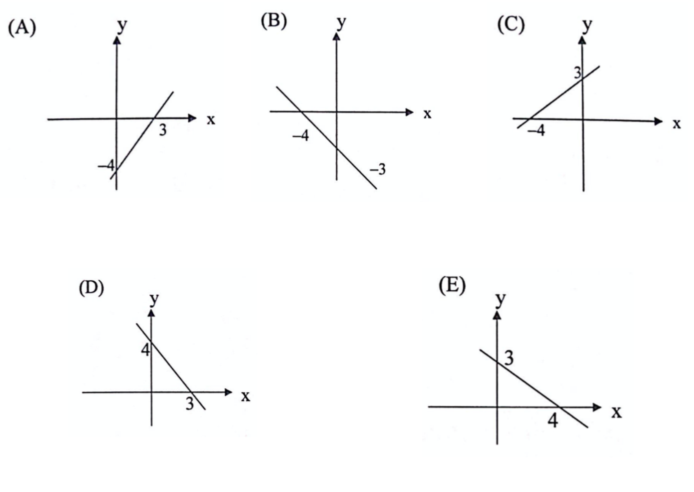


Figura 1.11

Q38. (Unificado) O gráfico que representa a inversa da função $f(x) = 3 - \frac{3}{4}x$ é:



Q39. Considere f uma função afim que passa pelo ponto $(3, 1)$ e que tem uma inversa f^{-1} que passa pelo ponto $(4, 8)$. Encontre a raiz de f.

Q40. (IBMEC) A figura 1.12 mostra os gráficos f^{-1} e g^{-1}, respectivamente inversas das funções f e g de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$. Então, o valor de $f(g(2))$ é igual a:

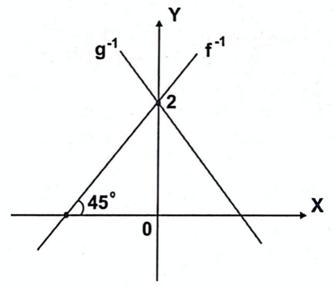


Figura 1.12

a) -2 b) -1 c) 1 d) 2 e) 4

Q41. Encontre a expressão algébrica da função g^{-1} que passa pelos pontos P e $Q(5, 2)$ sabendo que P é raiz de $f(x) = 2x + 5$.

Q42. Em que pontos A e B a função f^{-1} intecepta os eixos coordenados, se f é afim tal que $f(x) = \frac{1}{3}x + 5$?

Q43. Considere as funções afim $f(x) = ax + b$ e $g(x) = mx + n$. Qual a condição de $\frac{m}{n}$ para que $f^{-1}(x) \equiv g(x)$?

Bloco 4

Q44. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ e a matriz $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$ encontre a expressão da função inversa de $f(x) = (\det A) \cdot x + \det B$.

Q45. Considere a função afim $f(x) = 3x - 2$ e a função afim $g(x) = -2 + x$. Encontre a expressão correspondente à função $g(f^{-1}(x))$.

Q46. Encontre a expressão algébrica da função inversa de $f(x) = \frac{ax+b}{mx+n}$.

Q47. Encontre a função inversa da função na qual $f(x) = x^2 - 5x + 6$ e $f : [3, 4] \to [0, 2]$.

Q48. Encontre a expressão algébrica que corresponde à função inversa de $f : [-3, +\infty) \to [0, +\infty)$ tal que $f(x) = \sqrt{x + 3}$.

Q49. Encontre a função inversa da função $f : [1, +\infty) \to [2, +\infty)$ dada por $f(x) = x + \frac{1}{x}$.

Q50. Para que valores de $m \in \mathbb{R}$ a função afim $f(x) = (m + 3)x + 5m$ admite inversa?

Q51. Quais os valores de $m \in \mathbb{R}$ tais que a função afim $f(x) = (12m^2 + 13m + 3)x + 2014^{2014}$ admite inversa?

Q52. Em que pontos (x, y) a função $f : [-1, 20] \to [-214, 419]$ dada por $f(x) = x^2 + 6x - 221$ intercepta sua inversa?

Q53. Considere a função afim dada por $f(x) = ax - 3^{1000}$. Seja a matriz $A = \begin{bmatrix} m-1 & 5 \\ 14 & m+2 \end{bmatrix}$. Para que valores de $m \in \mathbb{R}$ a função f admite inversa, se $a = \det A$?

Q54. Considere as funções quadráticas f e g tais que $f(x) = 12x^2 + 23x + 150$ e $g(x) = 11x^2 + 25x + 185$. A inversa da função afim h que passa pelos pontos (x, y) tais que $f = g$ tem qual valor para o coeficiente linear?

Q55. Mostre que se uma função afim g é perpendicular à função identidade $(y = x)$, então $g \equiv g^{-1}$.

Q56. Calcule a área do polígono formado pelos pontos de interseção de uma função afim f e sua inversa f^{-1} com os eixos coordenados, se $f(x) = 2x + 1$.

Q57. Considere a função $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ dada por $f(x) = x+1$ e a função $g : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ dada por $g(x) = -x+1$. Encontre a inversa de $g \circ f$.

Q58. Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$ dada por $f(x) = 3 \cdot 2^{x+1}$. Encontre a expressão que determina a função inversa de f.

Q59. Considere uma função $f : [3, +\infty) \to [1, +\infty)$ dada por $f(x) = 2^{x^2 - 5x + 6}$. Encontre a inversa de f.

Q60. Considere uma função f dada por

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 5x + 6} - \frac{x-1}{x^2 - 13x + 36}$$

(a) Calcule $f(0)$;

(b) Existe valor de x para qual temos $f = 0$? Quantos.

(c) Calcule o domínio mais amplo possível de f.

Q61. Sabe-se que para calcular a área de um cilindro circular reto de raio da base igual a R e altura H usamos a expressão:

$$A(R) = 2\pi RH + 2\pi R^2$$

Nesta expressão consideramos a altura H fixa e calculamos a área A em função do raio da base R. Já para calcular o volume, em função de R, usamos a expressão:

$$V(R) = \pi R^2 H$$

(a) Calcule a área A_m que é a área mínima;

(b) Expresse A em função de V.

(c) Calcule $A(V(4\pi H))$.

Q62. O volume V, em litros, de um tanque em função do tempo t, dado em horas, é fornecido pela função bijetiva:

$$V(t) = -0,5t + 1600$$

Considere que o tanque não será reenchido em momento algum.

(a) Qual o volume inicial V_0 do tanque?

(b) Qual o domínio D desta função?

(c) Qual o conjunto-imagem I_m desta função?

(d) Qual o volume V decorridas 1000 h?

(e) Em que momento o volume chega a 0 litros?

(f) Escreva a função de t em função de V explicitando seu domínio.

Bloco 5

Q63. É possível relacionar as escalas de temperaturas Celsius e Fahrenheit de acordo com a expressão:

$$C(F) = \frac{5}{9}F - \frac{160}{9}$$

Sabe-se que a temperatura mínima em graus Celsius é a do zero absoluto que corresponde a $-273°$C.

(a) Qual o valor mínimo de F?

(b) Qual o domínio de $C(F)$?

(c) Calcule a expressão que determina $F(C)$, explicitando seu domínio.

Q64. Obtenha a função inversa das seguintes funções:

(a) $f : \mathbb{R} - \{3\} \to \mathbb{R} - \{1\}$, $f(x) = \frac{x+3}{x-3}$

(b) $f : \mathbb{R} - \{-1\} \to \mathbb{R} - \{2\}$, $f(x) = \frac{2x+3}{x+1}$

(c) $f : \mathbb{R} - \{3\} \to \mathbb{R} - \{-1\}$, $f(x) = \frac{4-x}{x-3}$

Q65. Sabendo que $f(x) = 2x + 3$ e que $f^{-1}(x)$ é a sua inversa, o valor de x que torna a sentença $f^{-1}(f(f^{-1}(x))) = 3$ verdadeira é:

a) 9 b) 3 c) -9 d) -3

Q66. Considere a seguinte função f dada por $f(x) = \frac{\frac{3}{2}x - \frac{5}{7}}{\frac{x}{3} - 11}$. Encontre $f^{-1}(x)$.

Q67. Obtenha a função inversa das seguintes funções:

(a) $f : \mathbb{R} - \{\frac{1}{3}\} \to \mathbb{R} - \{\frac{5}{3}\}$, $f(x) = \frac{5x+2}{3x-1}$

(b) $f : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R} - \{4\}$, $f(x) = \frac{4x+2}{x}$

(c) $f : \mathbb{R} - \{3\} \to \mathbb{R} - \{3\}$, $f(x) = \frac{3x+2}{x-3}$

Q68. Seja a função f de $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}$ em $B = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 1\}$ definida por $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2}$. Qual o valor do domínio de f^{-1} com imagem 3?

Q69. Considrere a função $f : [1, 6] \to [6, 51]$ e

$f(x) = x^2 + 2x + 3$ encontre a expressão que dá a função inversa de f.

Q70. (EPCAr) Sejam as funções f e g, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, definidas por $f(x) = 2x - 1$ e $g(x) = ax + b$. A função g será a inversa de f se, e somente se
a) $\frac{a}{b} = \frac{1}{4}$
b) $a - b = 1$
c) $a + b = 0$
d) $a = b = \frac{1}{2}$

Q71. (EsSA) Funções bijetoras possuem função inversa porque elas são invertíveis, mas devemos tomar cuidado com o domínio da nova função obtida. Indique a alternativa que apresenta a função inversa de $f(x) = x + 3$.
a) $f^{-1}(x) = x + 3$
b) $f^{-1}(x) = -x + 3$
c) $f^{-1}(x) = x - 3$
d) $f^{-1}(x) = 3x$
e) $f^{-1}(x) = -x - 3$

Q72. (EEAr) Seja $f(x) = 4x + 3$ uma função inversível. A fórmula que define a função inversa $f^{-1}(x)$ é
a) $\frac{x-4}{3}$ b) $\frac{x-3}{4}$ c) $\frac{2x+3}{4}$ d) $\frac{2x+4}{3}$

Q73. (EEAr) Sabe-se que a função $f(x) = \frac{x+3}{5}$ é invertível. Assim, $f^{-1}(3)$ é
a) 3 b) 4 c) 6 d) 12

Capítulo 2

Gabarito

Q1. 0
Q2. 4
Q3.

(a) $f^{-1}: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f^{-1}(x) = \frac{x+5}{2}$

(b) $g^{-1}: \mathbb{R} - \{1\} \to \mathbb{R} - \{4\}$, $g^{-1}(x) = \frac{4x+1}{x-1}$

(c) $h^{-1}: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $h^{-1}(x) = \sqrt[5]{x}$

Q4. Injetora.
Q5. -48
Q6. $\frac{17}{21}$
Q7. $\log_2 3$
Q8.

(a) $f^{-1}(x) = \frac{x-3}{2}$

(b) $g^{-1}(x) = \frac{3x+1}{4}$

(c) $h^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-2}$

(d) $p^{-1}(x) = 1 + \sqrt[3]{x-2}$

Q9. -1
Q10. $\frac{1}{\sqrt[3]{10}}$
Q11.

(a) $q^{-1}(x) = x^3 - 2$

(b) $r^{-1}(x) = (x+1)^3$

(c) $s^{-1}(x) = \sqrt[3]{1-x^3}$

Q12. $y = \frac{x-4}{3}$
Q13.
Q14.
Q15.

(a) $f^{-1}: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$, $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$

(b) $f^{-1}: \mathbb{R}_+ \to A$, $f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x}$

(c) $f^{-1}: \mathbb{R}_- \to A$, $f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{-x}$

(d) $f^{-1}: \mathbb{R}_- \to A$, $f^{-1}(x) = -1 - \sqrt{-x}$

Q16.
Q17. $f^{-1}: B \to A$; $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}$
Q18. Sobrejetora.
Q19. Não, pois f não é injetora. Um exemplo é $f(-1) = f(1)$.
Q20. 1
Q21. 6
Q22. Bijetora.
Q23. $f^{-1}: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_-$, $f^{-1}(x) = -\sqrt{x}$
Q24. Sobrejetora.
Q25.

(a) $f^{-1}: B \to \mathbb{R}_-$, $f^{-1}(x) = -\sqrt{x-1}$

(b) $f^{-1}: B \to \mathbb{R}_+$, $f^{-1}(x) = \sqrt{4-x}$

(c) $f^{-1}: B \to \mathbb{R}_-$, $f^{-1}(x) = -\sqrt{x+1}$

Q26. Bijetora.
Q27. $y = 3$
Q28. Bijetora.
Q29. $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{6}}{2}$
Q30.

(a) $a = 1$

(b) $y = 1 + \sqrt{x}$

Q31. Sobrejetora.
Q32. $y = \frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$
Q33. $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$
Q34. A
Q35. $-\frac{41}{29}$
Q36. C
Q37. Nem injetora e nem sobrejetora.
Q38. D
Q39. $\frac{100}{3}$
Q40. A
Q41. $y = \frac{4}{15}x + \frac{2}{3}$
Q42. $(5, 0)$ e $0, -15)$
Q43. $\frac{m}{n} = -\frac{1}{b}$, $b \neq 0$
Q44. $y = \frac{1}{13}x - \frac{8}{13}$
Q45. $y = \frac{x-4}{3}$
Q46. $y = \frac{-nx+b}{mx+a}$
Q47. $f^{-1}: [0, 2] \to [-3, +\infty)$;
$f^{-1}(x) = \frac{5}{2} + \sqrt{x + \frac{1}{4}}$
Q48. $f^{-1}: [0, +\infty) \to [-3, +\infty)$;
$f^{-1}(x) = x^2 - 3$
Q49. $f^{-1}: [2, +\infty) \to [0, +\infty)$;
$f^{-1}(x) = \frac{x+\sqrt{x^2-4}}{2}$
Q50. $m \neq -3$
Q51. $m \neq -\frac{1}{3}$ e $m \neq -\frac{3}{4}$
Q52. $(\frac{-5+3\sqrt{101}}{2}, \frac{-5+3\sqrt{101}}{2})$ e $(\frac{-5-3\sqrt{101}}{2}, \frac{-5-3\sqrt{101}}{2})$
Q53. $m \neq -9$ e $m \neq 8$
Q54. $m = \frac{1}{47}$
Q55. $f(x) = -x + n \Rightarrow x = -y + n \Rightarrow y = -x + n \Rightarrow f^{-1} \equiv f$
Q56. $\frac{9}{8}$
Q57. $y = -x$
Q58. $y = \log_2 \sqrt{\frac{x}{6}}$
Q59. $y = \frac{5}{2} + \sqrt{\log_2 x \sqrt[4]{2}}$
Q60. a) $\frac{1}{36}$
b) Sim. Dois, pois $\Delta > 0$.
c) $\mathbb{R} - \{2, 3, 4, 9\}$
Q61. a) $A_m = 0$
b) $A(V) = 2\pi H\sqrt{\frac{VH}{\pi}} + \frac{2V}{H}$
c) $4\pi(H + 2)$
Q62. a) $V_0 = 1600$ litros
b) $D = [0, 3200]$
c) $I_m = [0, 1600]$
d) 1100 litros
e) 3200 h
f) $t(V) = 3200 - 2V, \quad 0 \leq V \leq 1600$
Q63. a) $-459,4$°F
b) $[-459,4, +\infty)$
c) $F(C) = \frac{9}{5}C + 32, \quad C \geq -273$
Q64.

(a) $f^{-1}: \mathbb{R} - \{1\} \to \mathbb{R} - \{3\}$, $f^{-1}(x) = \frac{3x+3}{x-1}$

(b) $f^{-1}: \mathbb{R} - \{2\} \to \mathbb{R} - \{-1\}$, $f^{-1}(x) = \frac{3-x}{x-2}$

(c) $f^{-1}: \mathbb{R} - \{-1\} \to \mathbb{R} - \{3\}$, $f^{-1}(x) = \frac{3x+4}{x+1}$

Q65. A
Q66. $f^{-1}(x) = \frac{462x-30}{14x-63}$
Q67.

(a) $f^{-1} : \mathbb{R} - \{\frac{5}{3}\} \to \mathbb{R} - \{\frac{1}{3}\}$, $f^{-1}(x) = \frac{x+2}{3x-5}$

(b) $f^{-1} : \mathbb{R} - \{4\} \to \mathbb{R}^*$, $f^{-1}(x) = \frac{2}{x-4}$

(c) $f^{-1} : \mathbb{R} - \{3\} \to \mathbb{R} - \{3\}$, $f^{-1}(x) = \frac{3x+2}{x-3}$

Q68. $\sqrt{17}$
Q69. $f^{-1} : [6, 51] \to [1, 6]$, $x \mapsto y = \sqrt{x-2} - 1$
Q70.
Q71.
Q72. B
Q73. D