Progressões Aritméticas I

Prof.: L. Santos
Data: 14 de junho de 2019

Q1. Determinar x de modo que $(x, 2x+1, 5x+7)$ seja uma P.A.

Q2. Determinar a de modo que $(a^2, (a+1)^2, (a+5)^2)$ seja uma P.A.

Q3. Obter uma P.A. de três termos tais que sua soma seja 24 e seu produto seja 440.

Q4. Obter uma P.A. crescente formada por números inteiros e consecutivos de modo que a soma de seus cubos seja igual ao quadrado da sua soma.

Q5. Obter 3 números em P.A. sabendo que sua soma é 18 e a soma de seus inversos é $\frac{23}{30}$.

Q6. Uma P.A. é formada por 3 termos com as seguintes propriedades:

(I) seu produto é igual ao quadrado de sua soma;

(II) a soma dos dois primeiros é igual ao terceiro.

Obter a P.A.

Q7. Obter 3 números em P.A. de modo que sua soma seja 3 e a soma de seus quadrados seja 11.

Q8. Obter uma P.A. de 4 termos inteiros em que a soma dos termos é 32 e o produto é 3465.

Q9. (USP) A soma de quatro termos consecutivos de uma progressão aritmética é -6, o produto do primeiro deles pelo quarto é -54. Determinar esses termos.

Q10. Obter uma P.A crescente de 4 termos tais que o produto dos extremos seja 45 e o dos meios seja 77.

Q11. Obter 4 números reais em P.A. sabendo que sua soma é 22 e a soma de seus quadrados é 166.

Q12. Obter uma P.A. de 5 termos sabendo que sua soma é 25 e a soma de seus cubos é 3025.

Q13. Obter uma P.A. decrescente com 5 termos cuja soma é -10 e a soma dos quadrados é 60.

Q14. Obter 5 números reais em P.A., sabendo que sua soma é 5 e a soma de seus inversos é $\frac{563}{63}$.

Q15. Achar 5 números reais em P.A. sabendo que sua soma é 10 e a soma dos cubos dos dois primeiros é igual à soma dos cubos dos dois últimos.

Q16. Mostrar que se (a, b, c) é uma P.A., então (a^2bc, ab^2c, abc^2) também é.

Q17. Provar que se $\left(\frac{1}{x+y}, \frac{1}{y+z}, \frac{1}{z+x}\right)$ é uma P.A., então (z^2, x^2, y^2) também é.

Q18. Provar que se (a, b, c) é uma P.A., então $(a^2(b+c), b^2(a+c), c^2(a+b))$ também é.

Q19. Sabendo que (a, b, c) e $\left(\frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d}\right)$ são P.A., mostrar que $2ad = c(a+c)$.

Q20. Sabendo que $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ é P.A., provar que: $(\delta+3\beta)(\delta-3\beta)+(\alpha+3\gamma)(\alpha-3\gamma) = 2(\alpha\delta - 9\beta\gamma)$.

Gabarito Progressões Aritméticas I

Q1. $x = -\frac{5}{2}$
Q2. $a = -\frac{23}{6}$
Q3. $x = 8$ e $r = \pm 3$
Q4. $(-1, 0, 1)$, $(0, 1, 2)$ ou $(1, 2, 3)$
Q5. $(2, 6, 10)$ ou $(10, 6, 2)$
Q6. $(0, 0, 0)$ ou $(6, 12, 18)$
Q7. $(-1, 1, 3)$ ou $(3, 1, -1)$
Q8. $(5, 7, 9, 11)$ ou $(11, 9, 7, 5)$
Q9. $\{-9, -4, 1, 6\}$
Q10. $(3, 7, 11, 15)$ ou $(-15, -11, -7, -3)$
Q11. $(1, 4, 7, 10)$ ou $(10, 7, 4, 1)$
Q12. $(-3, 1, 5, 9, 13)$ ou $(13, 9, 5, 1, -3)$
Q13. $(2, 0, -2, -4, -6)$
Q14. $\left(\frac{1}{5}, \frac{3}{5}, 1, \frac{7}{5}, \frac{9}{5}\right)$
Q15. $(2, 2, 2, 2, 2, 2)$
Q16. —
Q17. —
Q18. —
Q19. —
Q20. —