

Colégio de Aplicação

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO



Admissão
2008

1ª série

ensino **médio**

Matemática



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS

COLÉGIO DE APLICAÇÃO

SETOR CURRICULAR DE MATEMÁTICA

EXAME DE SELEÇÃO À 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO – 2008

21/10/2007

INSTRUÇÕES:

1. **Não** escreva seu nome no Caderno de Respostas.
2. Registre seu número de inscrição no local indicado no Caderno de Respostas.
3. A prova terá duração de 2 (duas) horas.
4. Leia as questões com cuidado e atenção.
5. As questões devem ser resolvidas no Caderno de Respostas, respeitando os espaços correspondentes.
6. **É necessário apresentar, de forma clara, o raciocínio/recurso utilizado para resolver as questões.**
7. Os cálculos podem ser feitos a lápis, mas as respostas devem ser dadas a caneta e sem rasuras.
8. Evite o uso de fita ou líquido corretivo.
9. Não é permitido o uso de calculadora.
10. Utilize todo o tempo destinado à prova.
11. Ao terminar, releia a prova com atenção, verificando se respondeu a todas as questões.

**QUESTÃO 1**

Em 2007, em sua terceira edição, os jogos Parapan-americanos tiveram o Rio de Janeiro como sede. Após o domínio mexicano nas duas edições oficiais anteriores, o Brasil confirmou sua evolução esportiva e ficou em primeiro lugar na classificação geral.

Fonte: www.rio2007.org.br

Pos.	País	Masculino			Feminino			Total			
		Ouro	Prata	Bronze	Ouro	Prata	Bronze	Ouro	Prata	Bronze	T
1	BRA - Brasil	68	49	55	15	19	22	83	68	77	228
2	CAN - Canadá	18	16	10	31	21	16	49	37	26	112
3	USA - Estados	22	18	21	15	26	15	37	44	36	117
4	MEX - México	17	24	21	20	19	16	37	43	37	117
5	CUB - Cuba	19	20	11	9	1	0	28	21	11	60

Considere como *Índice de Desempenho* (ID) de um país em relação a classificação e gênero a razão do número de medalhas (masculinas ou femininas) de um determinado tipo (ouro, prata ou bronze) para o total geral de medalhas conquistadas por esse país. Por exemplo, o índice de desempenho de Cuba em relação às medalhas de prata masculinas é:

$$\text{ID (Cuba, prata, masculino)} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$$

- a) **Represente o ID (Cuba, prata, masculino) na forma percentual, com aproximação de duas casas decimais.**
- b) Entre Brasil, Estados Unidos e México, **determine qual país obteve o maior índice de desempenho em relação às medalhas de ouro femininas.**
- c) Nos jogos de basquete em cadeiras de rodas, é necessário que as cadeiras sejam adaptadas à prática do esporte. Elas devem obedecer a padrões de medida, mas podem sofrer ajustes para se adequarem às necessidades dos atletas.

A figura a seguir corresponde a uma cadeira cuja roda tem 69 cm de diâmetro e 70° de inclinação ($\theta = 70^\circ$). Sabendo que $\sin 70^\circ \approx 0,89$, $\cos 70^\circ \approx 0,45$ e $\tan 70^\circ \approx 1,96$, **determine o valor aproximado de h.**

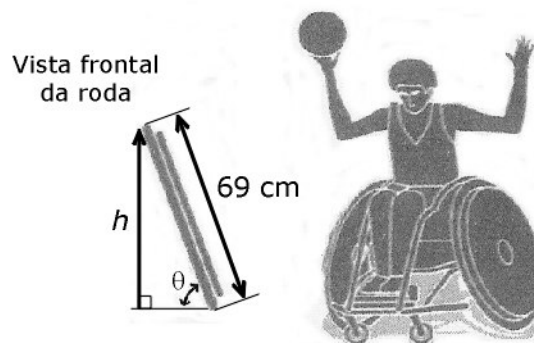
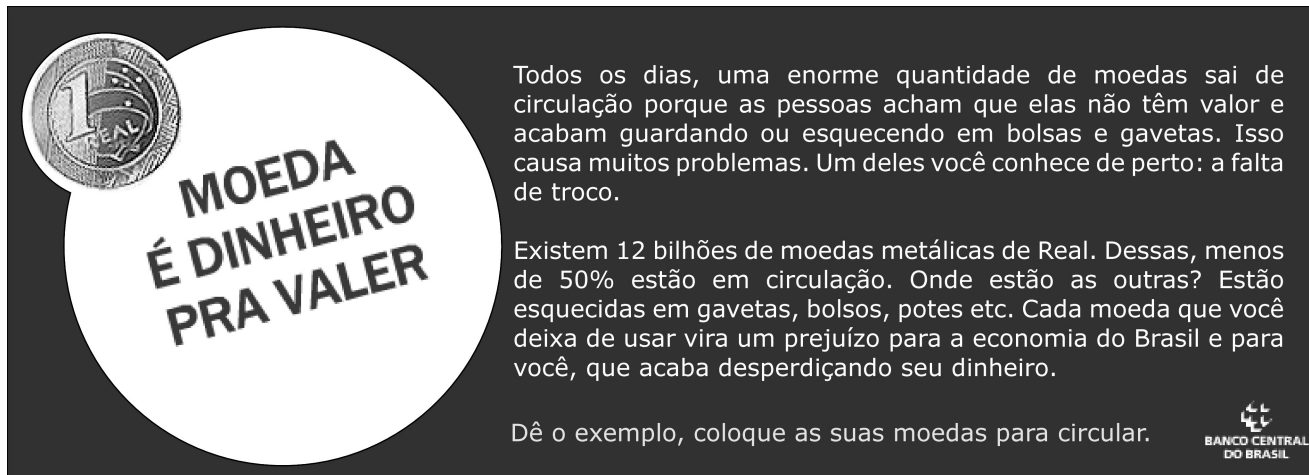


Figura retirada do Jornal O Globo de 12 de agosto de 2007.



QUESTÃO 2

Com a campanha *Nosso Dinheiro*, o Banco Central do Brasil (BACEN) pretende conscientizar as pessoas do valor e da importância das moedas.



Todos os dias, uma enorme quantidade de moedas sai de circulação porque as pessoas acham que elas não têm valor e acabam guardando ou esquecendo em bolsas e gavetas. Isso causa muitos problemas. Um deles você conhece de perto: a falta de troco.

Existem 12 bilhões de moedas metálicas de Real. Dessas, menos de 50% estão em circulação. Onde estão as outras? Estão esquecidas em gavetas, bolsos, potes etc. Cada moeda que você deixa de usar vira um prejuízo para a economia do Brasil e para você, que acaba desperdiçando seu dinheiro.

Dê o exemplo, coloque as suas moedas para circular.

BANCO CENTRAL DO BRASIL

- a) De acordo com o texto acima, **é possível que haja cerca de 6 000 500 moedas metálicas de real em circulação? Justifique.**
- b) Priscila tem, no fundo da gaveta de seu quarto, 3 moedas de 25 centavos, 3 moedas de 10 centavos e 3 moedas de 1 centavo. De acordo com a campanha publicitária do BACEN, com estas moedas, ela poderia comprar coxinhas de galinha, quibes, cajuzinhos, pães de queijo e paçoquinhas. Priscila foi pesquisar alguns preços e constatou que uma loja perto de sua casa vendia coxinhas de galinha por R\$ 0,50 cada, pães de queijo por R\$ 0,15 cada e paçoquinhas por R\$ 0,13 cada.

Indique uma lista de compras para que Priscila gaste todas as suas moedas nesta loja.

QUESTÃO 3

A Casa da Moeda do Brasil (CMB) é responsável pela impressão das cédulas monetárias, pela cunhagem das moedas em circulação no Brasil e também pela produção de medalhas comemorativas, selos fiscais e postais, passaportes, bilhetes magnetizados para transporte (metrô e ônibus), carteiras de trabalho, dentre outros produtos.



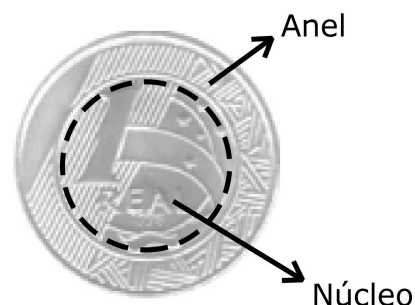
A tabela a seguir apresenta informações técnicas sobre moedas em circulação no Brasil.



Moeda	Diâmetro (mm)	Espessura (mm)	Peso (g)	Material
1 centavo	17,00	1,65	2,43	Aço carbono revestido de cobre.
5 centavos	22,00	1,65	4,10	Aço carbono revestido de cobre.
10 centavos	20,00	2,23	4,80	Aço carbono revestido de bronze.
25 centavos	25,00	2,25	7,55	Aço carbono revestido de bronze.
50 centavos	23,00	2,85	7,81	Aço inox.
1 real	27,00	1,86	6,96	Bimetálica: Anel → Aço carbono revestido de bronze. Núcleo → Aço inox.

Fonte: www.casadamoeda.com.br

- a) Tio Patinhas empilhou moedas de R\$ 0,25. Sabendo que a pilha ficou com 1,17 m de altura, **determine, em reais, quanto ele juntou nessa pilha.**
- b) Num cofrinho há 100 moedas, todas de 5 ou 10 centavos. Juntas, essas moedas pesam 462,50 gramas. Considerando que um quilo de arroz custa R\$ 1,50 e um quilo de feijão custa R\$ 1,70, **é possível que uma pessoa compre 2 quilos de arroz e 2 quilos de feijão com estas moedas?**
- c) Na moeda de R\$ 1,00, em circulação desde o ano de 1998, verifica-se uma coroa circular dourada, descrita na tabela como "anel". Supondo que o círculo central da moeda, identificado na tabela como "núcleo", tenha 18 mm de diâmetro, **determine a medida da área do "anel".**

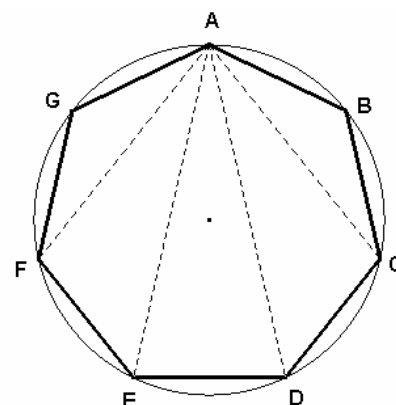


QUESTÃO 4

Da família original de moedas do Real, destaca-se a de R\$ 0,25.



- a) O polígono regular apresentado ao lado é semelhante ao presente na moeda de R\$ 0,25. **Determine a soma dos ângulos internos do polígono regular presente na moeda.**
- b) **Determine a medida do ângulo BÂC.**



**QUESTÃO 5**

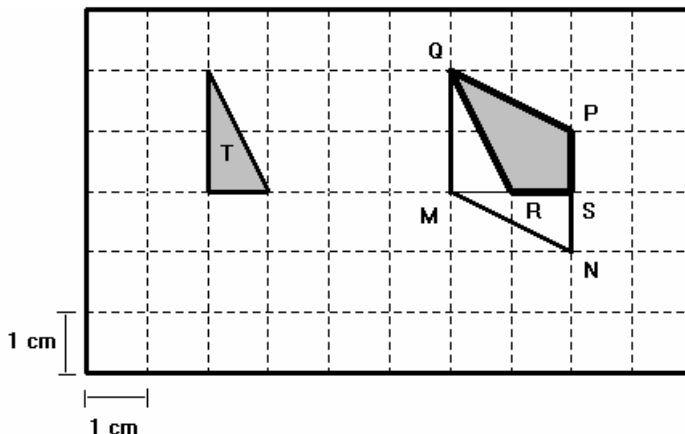
As medidas dos lados de um triângulo retângulo são expressas por $(x+3)$, $(x+1)$ e $(x-1)$, sendo x um número real.

- Qual das expressões acima corresponde à medida da hipotenusa do triângulo?
- Determine o valor de x .

QUESTÃO 6

A figura ao lado representa uma malha de quadrados cujos lados medem 1 cm.

- Determine a área da região triangular T em destaque.
- Se MNPQ é um paralelogramo, calcule a medida da área do polígono QRSP.

**QUESTÃO 7**

A aluna Natália resolveu em \mathbb{R} a equação $\frac{2}{x-2} - \frac{x}{x+1} = -2$ conforme apresentado abaixo. Sabe-se que ela errou ao longo do desenvolvimento.

Restrições: $\begin{cases} x-2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2 \\ x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1 \end{cases}$

$$\frac{2}{x-2} - \frac{x}{x+1} = -2$$

[I]: $\text{mmc}(x-2, x+1) = (x-2) \cdot (x+1)$

[II]: $\frac{2 \cdot (x+1)}{(x-2) \cdot (x+1)} - \frac{x \cdot (x-2)}{(x+1) \cdot (x-2)} = -\frac{2 \cdot (x-2) \cdot (x+1)}{(x-2) \cdot (x+1)}$

[III]: $2 \cdot (x+1) - x \cdot (x-2) = -2 \cdot (x^2 - x - 2)$

[IV]: $2x + 2 - x^2 - 2x = -2x^2 + 2x + 4$

[V]: $x^2 - 2x - 2 = 0$

[VI]: $x = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2}$

[VII]: $x = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$

[VIII]: $x = 1 \pm \sqrt{3}$

[IX]: $S = \{1 + \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3}\}$

- Indique em que linha ocorreu o erro.

- Resolva a equação $\frac{2}{x-2} - \frac{x}{x+1} = -2$ corretamente.



QUESTÃO 8

A academia de ginástica "*Fiquemforma*" cobra R\$ 90,00 de mensalidade. Se uma pessoa fizer a matrícula no primeiro dia de um mês, ela paga o valor integral da mensalidade. Porém, se fizer a matrícula em outro dia, paga, pelo primeiro mês, apenas o valor proporcional aos dias restantes. Por exemplo: Em um mês com 30 dias, uma pessoa que fizer a matrícula no dia 2 pagará, pela primeira mensalidade, $\frac{29}{30} \cdot 90 = 87$ reais.

- a) Raquel resolveu "entrar em forma" e vai se matricular nessa academia no dia 16 de novembro. **Quanto ela pagará pela primeira mensalidade?**

Lembre-se de que novembro é um mês com 30 dias.

- b) A academia oferece a seguinte promoção:

Na entrega de um quilo de alimento não perecível há o desconto de 20% na primeira mensalidade.

Se, ao se matricular no dia 16 de novembro, Raquel entregar um quilo de alimento não perecível, o cálculo do valor da primeira mensalidade poderá ser feito de duas formas:

- 1ª) Calculando o valor da primeira mensalidade e dando, em seguida, o desconto de 20% sobre este valor, ou;
- 2ª) Dando o desconto de 20% sobre o valor integral da mensalidade e, em seguida, calculando de forma proporcional o valor da primeira mensalidade.

Compare as duas formas apresentadas e avalie se uma delas é mais econômica para Raquel. Justifique.

RASCUNHO



RASCUNHO