M

www.cursomentor.com

Professor: Leonardo Santos
Tema: Função Composta II
Data: 11 de julho de 2015

Q1. Para cada item a seguir encontre $f+g$, $f-g$, fg e $\frac{f}{g}$, e dê os domínos de cada função resultante, considerando os domínios de f e g.

a) $f(x) = x^3 + 2x^2$ e $g(x) = 3x^2 - 1$

b) $f(x) = \sqrt{1+x}$ e $g(x) = \sqrt{1-x}$

c) $f(x) = x$ e $g(x) = \frac{1}{x}$

d) $f(x) = x^3$ e $g(x) = -x^2$

Q2. Para cada item, encontre $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ e $g \circ g$ e seus domínios:

a) $f(x) = 2x^2 - x$ e $g(x) = 3x + 2$

b) $f(x) = \sqrt{x-1}$ e $g(x) = x^2$

c) $f(x) = \frac{1}{x}$ e $g(x) = x^3 + 2x$

d) $f(x) = \frac{1}{x-1}$ e $g(x) = \frac{x-1}{x+1}$

e) $f(x) = \operatorname{sen} x$ e $g(x) = 1 - \sqrt{x}$

f) $f(x) = \sqrt{x^2-1}$ e $g(x) = \sqrt{1-x}$

Q3. Encontre $f \circ g \circ h$ para cada item a seguir:

a) $f(x) = 1 - x$, $g(x) = \sqrt{x}$ e $h(x) = x - 1$

b) $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = x^3$ e $h(x) = x^2 + 2$

c) $f(x) = x^4 + 1$, $g(x) = x - 5$ e $h(x) = \sqrt{x}$

d) $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \frac{x}{x-1}$ e $h(x) = \sqrt[3]{x}$

Q4. A queda de uma pedra em um lago cria ondas circulares que se espalham a uma velocidade de 60 cm/s.

a) Expresse o raio r deste círculo como função do tempo t;

b) Se A é a área do círculo em função do raio r, encontre $A \circ r$.

Q5. Se $g(x) = 2x + 1$ e $h(x) = 4x^2 + 4x + 7$, encontre uma função f tal que $f \circ g = h$.

Q6. Se $f(x) = 3x + 5$ e $h(x) = 3x^2 + 3x + 2$, encontre uma função g tal que $f \circ g = h$.

Q7. Se $f(x) = x + 4$ e $h(x) = 4x - 1$, encontre uma função g tal que $g \circ f = h$.

Q8. Suponha g uma função par e seja $h = f \circ g$. A função h é sempre uma função par?

Q9. Suponha g uma função ímpar e seja $h = f \circ g$. A função h é sempre uma função par? E se f for ímpar? E se f for par?

Q10. O que é uma função par? Como sabemos, a partir do gráfico, se uma função é par?

Q11. O que é uma função ímpar? Como sabemos, a partir do gráfico, se uma função é ímpar?

Q12. O que é uma função injetora? Como sabemos, a partir do gráfico, se uma função é injetora?

Gabarito Função Composta II

Q1.

a) $(f+g)(x) = x^3 + 5x^2 - 1$, $D_{f+g} = \mathbb{R}$;
$(f-g)(x) = x^3 - x^2 + 1$, $D_{f-g} = \mathbb{R}$;
$(f\cdot g)(x) = 3x^5 + 6x^4 - x^3 - 2x^2$, $D_{fg} = \mathbb{R}$;
$(\frac{f}{g})(x) = \frac{x^3+2x^2}{3x^2-1}$, $D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} - \{\pm\frac{\sqrt{3}}{3}\}$

b) $(f+g)(x) = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$,
$D_{f+g} = [-1, 1]$
$(f-g)(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$,
$D_{f-g} = [-1, 1]$
$(f\cdot g)(x) = \sqrt{1-x^2}$, $D_{fg} = [-1, 1]$
$(\frac{f}{g})(x) = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$, $D_{\frac{f}{g}} = [-1, 1)$

c) $(f+g)(x) = x + \frac{1}{x}$, $D_{f+g} = \mathbb{R}^*$;
$(f-g)(x) = x - \frac{1}{x}$, $D_{f-g} = \mathbb{R}^*$;
$(f\cdot g)(x) = 1$, $D_{fg} = \mathbb{R}^*$;
$(\frac{f}{g})(x) = x^2$, $D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R}^*$

d) $(f+g)(x) = x^3 - x^2$, $D_{f+g} = \mathbb{R}$;
$(f-g)(x) = x^3 + x^2$, $D_{f-g} = \mathbb{R}$;
$(f\cdot g)(x) = -x^5$, $D_{fg} = \mathbb{R}$;
$(\frac{f}{g})(x) = -x$, $D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R}^*$

Q2.

a) $f(g(x)) = 2(3x+2)^2 - 3x - 2$, $D = \mathbb{R}$
$g(f(x)) = 3(2x^2 - x) + 2$, $D = \mathbb{R}$
$f(f(x)) = 2(x^2 - x)^2 - 2x^2 + x$, $D = \mathbb{R}$
$g(g(x)) = 9x + 8$, $D = \mathbb{R}$

b) $f(g(x)) = \sqrt{x^2 - 1}$, $D = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$
$g(f(x)) = |x - 1|$, $D = \mathbb{R}$
$f(f(x)) = \sqrt{\sqrt{x-1} - 1}$, $D = [2, +\infty)$
$g(g(x)) = x^4$, $D = \mathbb{R}$

c) $f(g(x)) = \frac{1}{x^3+2x}$, $D = \mathbb{R}^*_+$
$g(f(x)) = \frac{1}{x^3} + \frac{2}{x}$, $D = \mathbb{R}^*$
$f(f(x)) = x$, $D = \mathbb{R}$
$g(g(x)) = (x^3+2x)^3 + 2(x^3+2x)$, $D = \mathbb{R}$

d) $f(g(x)) = -\frac{x+1}{2}$, $D = \mathbb{R}$
$g(f(x)) = \frac{2-x}{x}$, $D = \mathbb{R}^*$
$f(f(x)) = \frac{x-1}{2-x}$, $D = \mathbb{R} - \{2\}$
$g(g(x)) = -\frac{1}{x}$, $D = \mathbb{R}^*$

e) $f(g(x)) = \operatorname{sen}(1 - \sqrt{x})$, $D = \mathbb{R}^*_+$
$g(f(x)) = 1 - \sqrt{\operatorname{sen} x}$,
$D = [2k\pi, (2k+1)\pi]$, $k \in \mathbb{Z}$
$f(f(x)) = \operatorname{sen}(\operatorname{sen} x)$, $D = \mathbb{R}$
$g(g(x)) = 1 - \sqrt{1 - \sqrt{x}}$, $D = [0, 1]$

f) $f(g(x)) = \sqrt{(1-x)^2 - 1}$,
$D = (-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$
$g(f(x)) = \sqrt{1 - \sqrt{x^2 - 1}}$,
$D = [-\sqrt{2}, -1] \cup [1, \sqrt{2}]$
$f(f(x)) = \sqrt{|x^2 - 1| - 1}$,
$D = (-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, +\infty)$
$g(g(x)) = \sqrt{1 - \sqrt{1-x}}$, $D = [0, 1]$

Q3.

a) $f(g(h(x))) = 1 - \sqrt{x - 1}$

b) $f(g(h(x))) = \frac{1}{(x^2+2)^3}$

c) $f(g(h(x))) = (\sqrt{x} - 5)^4 + 1$

d) $f(g(h(x))) = \sqrt{\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}-1}}$

Q4.

a) $r(t) = 60t$ cm;

b) $A(r(t)) = 3600\pi t^2$ cm^2

Q5. $f(x) = x^2 + 6$
Q6. $g(x) = x^2 + x - 1$
Q7. $g(x) = 4x - 17$
Q8. Neste caso, h é par, para qualquer f.
Q9. Não. Se f é ímpar, então h é ímpar. Se f é par, então h é par.
Q10. Dizemos que f é par se, para qualquer x pertencente ao domínio de f, $f(-x) =$

$f(x)$. A partir do gráfico, basta verificar se o mesmo é simétrico em relação ao eixo das ordenadas.

Q11. Dizemos que f é ímpar se, para qualquer x pertencente ao domínio de f, $f(-x) = -f(x)$. A partir do gráfico, basta verificar se o mesmo é simétrico em relação à origem.

Q12. Dizemos que f é injetora se, para qualquer x_1, x_2 pertencentes ao domínio de f, se $x_1 \neq x_2 \Leftrightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$. A partir do gráfico, traçamos uma linha horizontal que só deve interceptar o gráfico de f no máximo uma única vez.