Soluções de Questões de Matemática - BNDES

29 de novembro

2010

Esta apostila contém soluções comentadas das questões de matemática de provas de seleção para Técnico Administrativo - BNDES

BNDES/Ensino Médio

CURSO MENTOR

Soluções de Questões de Matemática do BNDES

Prova 2010/2011

Questão 16

A 19ª Copa do Mundo de Futebol foi disputada na África do Sul, do dia 11 de junho ao dia 11 de julho de 2010. Em todas as edições da Copa, durante a 1ª fase da competição, cada seleção joga somente contra as equipes do grupo que integra, uma única vez apenas contra cada uma delas.
Na África do Sul, as 32 seleções participantes foram divididas em 8 grupos de 4 equipes. Portanto, cada equipe jogou uma única vez contra cada uma das outras 3 equipes de seu grupo. Assim, ao final da 1ª fase, foram realizados, ao todo, 48 jogos.
Se a competição vier a ser disputada por 35 seleções divididas em 7 grupos de 5 equipes, ao final da 1ª fase, o número total de jogos realizados será de

(A) 35 (B) 70 (C) 92 (D) 105 (E) 140

Solução:
Como são **5** seleções em **cada grupo** teremos uma combinação de 5 em grupos de três, ou seja:

$$C_{5,3}=\frac{5!}{3!2!}\Rightarrow C_{5,3}=\frac{5\cdot 4\cdot 3!}{3!\cdot 2\cdot 1}\Rightarrow C_{5,3}=10 \text{ jogos}$$

Sendo 7 grupos teremos, na primeira fase, um total de **70** jogos.

Opção B

Questão 17

Em uma caixa há 4 balas de mel, 3 balas de tamarindo e 3 balas de anis. Duas balas serão retiradas aleatoriamente dessa caixa, sucessivamente e sem reposição. Qual a probabilidade de que, pelo menos, uma das balas seja de mel?

(A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$

Solução 1:
Sejam M as balas de mel, T, as de tamarindo e A, as de anis. Vamos verificar as maneiras de obtermos pelo menos uma bala de mel, lembrando que no total são 10 balas:
— Sair uma bala de mel na primeira retirada, mas não na segunda:

$$P_1=\frac{4}{10}\cdot\frac{6}{9}\Rightarrow P_1=\frac{4}{15}$$

Observação: repare que o segundo denominador é 9, pois não há reposição.
— Sair uma bala de mel na segunda retirada, mas não na primeira:

$$P_2=\frac{6}{10}\cdot\frac{4}{9}\Rightarrow P_2=\frac{4}{15}$$

— Sair duas balas de mel:

$$P_3=\frac{4}{10}\cdot\frac{3}{9}\Rightarrow P_3=\frac{2}{15}$$

Assim a probabilidade de sair **pelo menos uma bala de mel**, será:

$$P_1 + P_2 + P_3 = \frac{4}{15} + \frac{4}{15} + \frac{2}{15} \Rightarrow P_1 + P_2 + P_3 = \frac{10}{15} \Rightarrow P_1 + P_2 + P_3 = \frac{2}{3}$$

Solução 2:
Vamos calcular o número de maneiras de retiramos duas balas quaisquer:

$$C_{10,2} = \frac{10!}{2!8!} \Rightarrow C_{10,2} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8!}{2 \cdot 8!} \Rightarrow C_{10,2} = 45$$

Vamos calcular o número de maneiras de retiramos duas balas **que não sejam de mel**:

$$C_{6,2} = \frac{6!}{2!4!} \Rightarrow C_{6,2} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{2 \cdot 4!} \Rightarrow C_{6,2} = 15$$

Assim a probabilidade de não sair balas de mel será:

$$\frac{C_{6,2}}{C_{10,2}} = \frac{15}{45} \Rightarrow \frac{C_{6,2}}{C_{10,2}} = \frac{1}{3}$$

Como as probabilidades são complementares (somam 100%) teremos:

$$P = 1 - \frac{1}{3} \Rightarrow P = \frac{2}{3}$$

Opção C

Questão 18

Certa marca de café é comercializada exclusivamente em embalagens de 250 g ou de 400 g. Se um consumidor dessa marca comprar uma embalagem de cada, gastará, ao todo, R$ 3,30. Se, em vez disso, esse consumidor comprar o correspondente a 900 g em embalagens desse café, pagará, ao todo, R$ 4,60. A diferença, em reais, entre os preços das embalagens de 400 g e de 250 g é

(A) 0,40 (B) 0,50 (C) 0,60 (D) 0,70 (E) 0,80

Solução:
Vamos chamar de **p** a embalagem pequena (250 g) e **g** a embalagem grande (400 g). Sabemos que, se o consumidor comprar uma embalagem de cada, pagará R$ 3,30, ou seja:

$$p + g = 3,3$$

Para perfazer 900 g só há uma maneira de efetuar esta compra: comprando duas embalagens pequenas e uma grande, logo:

$$2p + g = 4,6$$

Subtraindo a segunda equação da primeira:

$$p = 1,3$$

O que nos dá:

$$g = 2$$

A diferença é, portanto de R$ 0,70.

Opção D

Questão 19

Quatro bombas d'água idênticas, trabalhando simultânea e ininterruptamente, são capazes de encher completamente uma piscina em 5 h. Quando a piscina está totalmente vazia, as quatro bombas são postas em funcionamento. Após 2 h de trabalho contínuo, uma enguiça. As outras três permanecem trabalhando, até que a piscina esteja totalmente cheia. Quanto tempo, ao todo, é necessário para que a piscina fique cheia?

(A) 5 horas e 30 minutos
(B) 5 horas e 45 minutos

(C) 6 horas
(D) 6 horas e 30 minutos
(E) 7 horas

Solução:
Seja V o volume da piscina. Como as quatro bombas juntas enchem a piscina em 5 horas, cada uma encheria e piscina em 20 horas, basta ver a regra de três inversa abaixo:

$$\begin{array}{ccc} \text{Torneiras} & & \text{Tempo} \\ 4 & — & 5 \\ 1 & — & x \end{array}$$

$$1 \cdot x = 4 \cdot 5 \Rightarrow x = 20 \text{ horas}$$

Vamos calcular agora quanto **cada torneira** despeja **por hora** em relação ao volume da piscina:

$$\begin{array}{ccc} \text{Volume} & & \text{Tempo} \\ V & — & 20 \\ y & — & 1 \end{array}$$

Resolvendo a regra de três direta:

$$y = \frac{V}{20}$$

Assim em duas horas de funcionamento com as 4 bombas ligadas:

$$\text{Vol} = 4 \cdot \frac{V}{20} \cdot 2 \Rightarrow \text{Vol} = \frac{2}{5}V$$

O que quer dizer que faltam $\frac{3}{5}$ do volume total para serem enchidos por 3 torneiras.
Então fazendo a regra de três direta abaixo:

$$\begin{array}{ccc} \text{3 Torneiras (Volume)} & & \text{Tempo (horas)} \\ \frac{3V}{20} & — & 1 \\ \frac{3V}{5} & — & t \end{array}$$

Então:

$$t = \frac{\frac{3V}{5}}{\frac{3V}{20}} \Rightarrow t = \frac{3V}{5} \cdot \frac{20}{3V} \Rightarrow t = 4 \text{ horas}$$

Como já havia passado 2 horas (antes de “enguiçar” uma das bombas) temos um total de 6 horas.

Opção C

Questão 20

Um jovem tinha um capital e fez com ele um investimento diversificado. Aplicou 40% do capital em um fundo de Renda Fixa e o restante na Bolsa de Valores. A aplicação em Renda Fixa gerou lucro de 20%, enquanto o investimento na Bolsa, no mesmo período, representou prejuízo de 10%. Com relação ao total investido nesse período, o jovem
(A) teve lucro de 2%
(B) teve lucro de 20%
(C) não teve lucro e nem prejuízo

(D) teve prejuízo de 2%
(E) teve prejuízo de 20%

Solução:
Vamos analisar cada investimento e verificar qual foi o resultado final. Chamando de C o capital inicial, L_F o lucro na renda fixa e L_B o lucro na bolsa de valores. Como foram aplicados 40% na renda fixa:

$$L_F = \frac{40}{100} \cdot C \cdot \underbrace{1,2}_{\text{Lucro 20\%}}$$

Ou seja,

$$L_F = 0,48 \cdot C$$

Vamos observar agora a bolsa de valores:

$$L_B = \frac{60}{100} \cdot C \cdot \underbrace{0,9}_{\text{Prejuízo 10\%}}$$

Ou seja,

$$L_B = 0,54 \cdot C$$

Somando $L_F + L_B$:

$$L_F + L_B = 0,48 \cdot C + 0,54 \cdot C \Rightarrow L_F + L_B = 1,02 \cdot C$$

Houve, portanto, um lucro de 2% sobre C.

Opção A

Questão 21

Uma aplicação consiste em 6 depósitos consecutivos, mensais e iguais no valor de R$ 300,00 (trezentos reais) cada um. Se a taxa de juros compostos utilizada é de 5% ao mês, o montante, em reais, um mês após o último dos 6 depósitos, é

(A) 2.040,00 (B) 2.142,00 (C) 2.240,00 (D) 2.304,00 (E) 2.442,00

Solução:
Para facilitar o raciocínio vamos imaginar o seguinte:

1º depósito: 1º de janeiro
2º depósito: 1º de fevereiro
3º depósito: 1º de março
4º depósito: 1º de abril
5º depósito: 1º de maio
6º depósito: 1º de junho
Verificação: 1º de julho

O valor depositado em 1º de janeiro renderá durante 6 meses (até 1º de julho):

$$L_1 = (1,05)^6 \cdot 300$$

O valor depositado em 1º de fevereiro renderá durante 5 meses (até 1º de julho):

$$L_2 = (1,05)^5 \cdot 300$$

O valor depositado em 1º de março renderá durante 4 meses (até 1º de julho):

$$L_3 = (1,05)^4 \cdot 300$$

O valor depositado em 1º de abril renderá durante 3 meses (até 1º de julho):

$$L_4 = (1,05)^3 \cdot 300$$

O valor depositado em 1º de maio renderá durante 2 meses (até 1º de julho):

$$L_5 = (1,05)^2 \cdot 300$$

O valor depositado em 1º de junho renderá durante 1 mês (até 1º de julho):

$$L_6 = (1{,}05)^1 \cdot 300$$

Somando todos os lucros:

$$L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6 = L_{Total}$$

$$L_{Total} = (1{,}05)^6 \cdot 300 + (1{,}05)^5 \cdot 300 + (1{,}05)^4 \cdot 300 + (1{,}05)^3 \cdot 300 + (1{,}05)^2 \cdot 300 + (1{,}05)^1 \cdot 300$$

Colocando 300 em evidência:

$$L_{Total} = 300\left[(1{,}05)^6 + (1{,}05)^5 + (1{,}05)^4 + (1{,}05)^3 + (1{,}05)^2 + (1{,}05)^1\right]$$

Calculando os valores das potências (basta olhar a tabela no início da prova):

$$L_{Total} = 300[1{,}340095640625 + 1{,}2762815625 + 1{,}21550625 + 1{,}157625 + 1{,}1025 + 1{,}05]$$

$$L_{Total} = 300 \cdot 7{,}142008453125$$

Finalmente:

$$L_{Total} = 2142{,}6025359375$$

Opção B

Questão 22

A sequência numérica $(6, 10, 14, \ldots, 274, 278, 282)$ tem 70 números, dos quais apenas os três primeiros e os três últimos estão representados. Qualquer número dessa sequência, excetuando-se o primeiro, é igual ao termo que o antecede mais 4. A soma desses 70 números é

(A) 8.920 (B) 10.080 (C) 13.560 (D) 17.840 (E) 20.160

Solução:

A sequência é uma progressão aritmética (P.A.) de razão 4. A soma dos n termos de uma P.A. é dada por:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

Precisamos descobrir apenas o número n de termos. Da fórmula do termo geral:

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

Substituindo os valores:

$$282 = 6 + (n-1) \cdot 4$$
$$4n - 4 = 282 - 6$$
$$4n = 280$$
$$n = 70$$

Voltando à fórmula da soma:

$$S_{70} = \frac{(6 + 282) \cdot 70}{2} \Rightarrow S_{70} = \frac{288 \cdot 70}{2} \Rightarrow S_{70} = 10.080$$

Opção B

Questão 23

Dez mulheres adultas foram submetidas a uma pesquisa. A cada uma delas perguntou-se: “Quantos filhos você tem?”. O entrevistador foi anotando cada uma das respostas na ordem em que foram obtidas. No entanto, devido à pressa, esqueceu-se de registrar uma das respostas. A listagem abaixo reproduz as respostas dadas, na ordem em que foram registradas.

2 0 3 1 1 0 1 4 1

A partir das informações acima, analise as afirmativas a seguir.

I - A moda das quantidades de filhos dessas dez mulheres independe da resposta não registrada.
II - A mediana das quantidades de filhos dessas dez mulheres depende da resposta não registrada.
III - A média das quantidades de filhos dessas dez mulheres independe da resposta não registrada.
Está correto APENAS o que se afirma em

(A) I (B) II (C) III (D) I e II (E) II e III

Solução:
Vamos analisar cada opção:
I – **Correta:** a moda é o número que aparece mais vezes. Como o número **1** aparece **4** vezes e nenhum outro aparece pelo menos três vezes. A moda não vai se alterar;
II – **Correta:** a mediana é o termo central de uma sequência ordenada de números. Abaixo a lista original aparece ordenada:

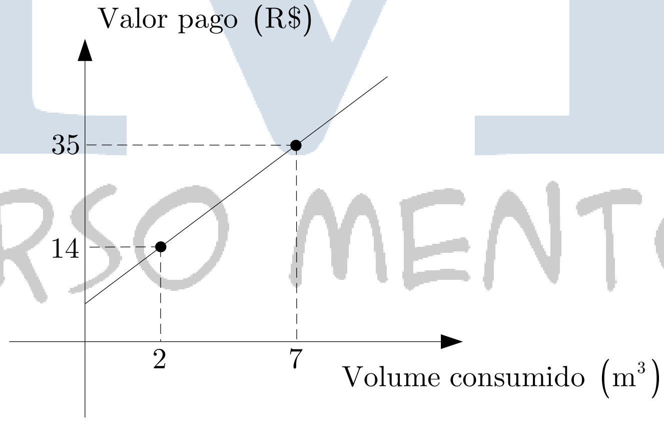
0	0	1	1	1	1	2	3	4

Note que qualquer número que entrar em qualquer posição não removerá o 1 da posição central, mas haverá um número par de termos. A mediana então passa a ser a média aritmética do termo **final** da primeira metade com o **primeiro** da segunda metade. Ou seja, continua sendo 1.
III – **Falsa:** A média da quantidade dos filhos depende de cada valor, logo será alterada.

Opção D

Questão 24

A figura abaixo ilustra o gráfico da função que associa o volume de gás consumido pelos domicílios de um município ao valor pago por esse consumo.



O valor pago, em reais, por cada metro cúbico consumido, é de

(A) 7,00 (B) 5,60 (C) 5,00 (D) 4,20 (E) 4,00

Solução:
Para encontrar o valor de cada metro cúbico pode ser encontrado pela relação:

$$\frac{\text{R\$}}{\text{m}^3} = \frac{35-14}{7-2}$$

Que é exatamente o coeficiente angular da reta representada no gráfico. Então:

$$\frac{\text{R\$}}{\text{m}^3} = \frac{21}{5} \Rightarrow \frac{\text{R\$}}{\text{m}^3} = 4,20$$

Opção D

Questão 25

Uma pessoa fez, com o capital de que dispunha, uma aplicação diversificada: na Financeira Alfa, aplicou R$ 3.000,00 a 24% ao ano, com capitalização bimestral; na Financeira Beta, aplicou, no mesmo dia, o restante desse capital a 42% ao semestre, com capitalização mensal. Ao final de 1 semestre, os montantes das duas aplicações somavam R$ 6.000,00. A taxa efetiva de juros da aplicação diversificada no período foi de

(A) 60% (B) 54% (C) 46% (D) 34% (E) 26%

Solução:

Na Financeira Alfa:

— 3.000,00 a 24% ao ano com capitalização bimestral significa 4% a cada dois meses. Então:

$$F_\alpha = 3000 \cdot (1,04)^3 \Rightarrow F_\alpha = 3000 \cdot 1,124864 \Rightarrow F_\alpha = 3374,592$$

Na Financeira Beta:

— x a 42% ao semestre com capitalização mensal significa 7% a cada mês. Então:

$$F_\beta = x \cdot (1,07)^6 \Rightarrow F_\beta = x \cdot 1,50073$$

Como as aplicações somavam 6000,00:

$$F_\alpha + F_\beta = 3374,592 + x \cdot 1,50073$$
$$3374,592 + x \cdot 1,50073 = 6000$$
$$x = 1749,42$$

O valor inicial **I** era:

$$I = 1749,42 + 3000$$
$$I = 4749,42$$

Calculando o rendimento efetivo **R**:

$$R = \frac{6000}{4749,42} \Rightarrow R = 1,26$$

Ou seja, o rendimento **R** foi de 26%.

Opção E

Questão 26

Em uma pesquisa de preços de determinado produto, foram obtidos os valores, em reais, de uma amostra aleatória colhida em 6 estabelecimentos que o comercializam.

Estabelecimento	Preço
P	5,00
Q	8,00
R	6,00
S	6,00
T	4,00
U	7,00

A variância dessa amostra é

(A) 1,50 (B) 1,75 (C) 2,00 (D) 2,25 (E) 2,50

Solução:

Primeiro calculamos a média em reais do preço:

$$p = \frac{5+8+6+6+4+7}{6} \Rightarrow p = \frac{36}{6} \Rightarrow p = 6$$

A variância pode ser definida como:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1}$$

Onde $\bar{x}$ é a média dos **n** valores.

$$\sigma^2 = \frac{(5-6)^2 + (8-6)^2 + (6-6)^2 + (6-6)^2 + (4-6)^2 + (7-6)^2}{6-1}$$

$$\sigma^2 = \frac{1+4+0+0+4+1}{5} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{10}{5} \Rightarrow \sigma^2 = 2,00$$

Opção C

Questão 27

O objeto da contabilidade é o patrimônio da entidade e o seu campo de aplicação são as entidades econômico-administrativas, assim chamadas aquelas que, para atingirem seu objetivo, seja ele econômico ou social, utilizam bens patrimoniais e necessitam de um órgão administrativo que pratica atos de natureza econômica necessários a seus fins.
Esse é o enunciado de
(A) Sociedade empresária
(B) Entidade lucrativa
(C) Empresa
(D) Companhia
(E) Azienda

Solução:
Esta é a definição de Azienda. Atualmente este termo está em desuso e vem sendo substituído por entidade econômico-administrativa.

Opção E

Questão 28

Sabendo-se que A = Ativo; P = Passivo e PL = Patrimônio Líquido, na equação patrimonial, ocorrerá situação patrimonial nula quando
(A) A+ P = PL
(B) A + PL = P
(C) A = P
(D) A = PL
(E) A = P + PL

Solução:
Dizemos que há solução partimonial nula quando $A = P$, ou seja, o patrimônio líquido será zero.

Opção C