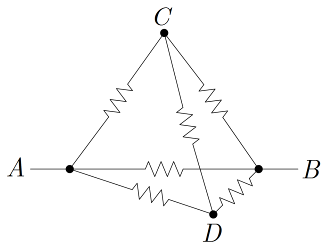
Discussões Sobre Física #1
Resistência Equivalente de um Circuito em Forma de Tetraedro

L.S. Barbosa
leonardosantos.inf@gmail.com

1 de dezembro de 2011

1 Introdução

Um problema bastante interessante é encontrar a resistência equivalente entre os terminais A e B do circuito abaixo em forma de tetraedro, considerando $V_{AB} = V$.



No problema, todas as resistências são iguais a R, isto terá, como veremos adiante, uma facilitação da solução. Mais tarde, em outro texto, podemos refazer o problema com resistores diferentes entre si.

2 Solução

Por conveniência vamos adotar a tensão em B como sendo $V_B = 0$ e ainda a notação i_{XY} como sendo a corrente que passa entre os pontos X e Y. Seja, também, a corrente total denotada simplesmente por i. Partindo do ponto A temos:

$$i = i_{AC} + i_{AB} + i_{AD} \tag{1}$$

Olhando do ponto B temos:

$$i = i_{CB} + i_{BA} + i_{DB} \tag{2}$$

Igualando as equações (1) e (2) teremos a expressão abaixo:

$$i_{AC} + i_{AB} + i_{AD} = i_{CB} + i_{BA} + i_{DB}$$

$$i_{AC} + i_{AD} = i_{CB} + i_{DB} \tag{3}$$

Da Lei de Ohm:

$$i = \frac{V}{R} \tag{4}$$

Usando (4), podemos substituir cada corrente na equação (3):

$$\frac{V_{AC}}{R} + \frac{V_{AD}}{R} = \frac{V_{CB}}{R} + \frac{V_{DB}}{R}$$

E consequentemente:

$$\frac{V_A - V_C}{R} + \frac{V_A - V_D}{R} = \frac{V_C - V_B}{R} + \frac{V_D - V_B}{R}$$

Aqui fica evidente a vantagem de termos todos os resistores iguais, pois podemos cancelá-los. Além disso, como adotamos $V_B = 0$, ficamos como se segue:

$$V_A - V_C + V_A - V_D = V_C - 0 + V_D - 0$$

$$2V_A = 2V_C + 2V_D$$

Chegamos então a:

$$V_A = V_C + V_D \tag{5}$$

Precisamos de mais uma equação relacionando V_A, V_C e V_D no ponto C do circuito temos a expressão que segue:

$$i_{AC} = i_{CD} + i_{CB} \tag{6}$$

Aplicando a Lei de Ohm (4) mais uma vez a equação (6):

$$\frac{V_{AC}}{R} = \frac{V_{CD}}{R} + \frac{V_{CB}}{R}$$

Desenvolvendo:

$$V_A - V_C = V_C - V_D + V_C - V_B$$

$$V_A = 3V_C - V_D \qquad (7)$$

Podemos comparar agora as equações (5) e (7):

$$\begin{cases} V_A = V_C + V_D \\ V_A = 3V_C - V_D \end{cases}$$

Subtraindo a segunda equação da primeira teremos:

$$V_A - V_A = 3V_C - V_C - V_D - V_D$$

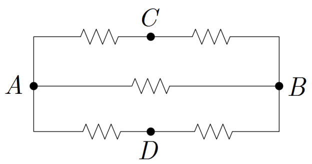
Daí:

$$2V_D = 2V_C \Rightarrow V_D = V_C \qquad (8)$$

Como $V_D = V_C$ teremos, por definição, que:

$$\frac{V_C - V_D}{R} = i_{CD} \Rightarrow i_{CD} = 0$$

Assim podemos redesenhar o circuito sem o ramo CD:



Temos agora três ramos em paralelo, cuja resistência equivalente R_{eq} pode ser calculada como:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R}$$

Desenvolvendo:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{2}{2R}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{2}{R}$$

Então:

$$R_{eq} = \frac{R}{2}$$

3 Conclusão

Este problema ilustra o fato de que, mesmo não tendo um *insight* sobre como redesenhar o circuito, é possível, por meio de uma análise algébrica – e, usando as definições – chegar a uma valor para a resistência equivalente.

Em geral, livros didáticos, tais como [1] adotam o método de redesenhar o circuito para facilitar o problema. Procuramos não utilizar outros resultados, como por exemplo a Ponte de Wheatstone[1] que também facilitaria o processo.

Referências

[1] Junior, F. R., Ferraro, N. G., & Soares, P. A. (1993). *Os Fundamentos da Física* (Vol. 3). São Paulo, Brasil: Moderna.

[1]Sir Charles Wheatstone (Gloucester, 6/2/1802 – Paris, 19/10/1875) foi um cientista britânico. Inventor de muitas das inovações científicas da era vitoriana, incluindo a concertina inglesa, o estereoscópio (um dispositivo para exibir imagens tridimensionais), e a cifra Playfair (uma técnica de criptografia). No entanto, Wheatstone é mais conhecido como uma das grandes figuras no desenvolvimento da telegrafia e pela ponte de Wheatstone. Embora o circuito tenha sido inventado por Samuel Hunter Christie, Wheatstone foi certamente o pioneiro na exploração do mesmo para fazer medidas de resistências.