Soluções Comentadas

Matemática

Curso Mentor

Escola de Especialistas da Aeronáutica

Barbosa, L.S.
leonardosantos.inf@gmail.com

24 de junho de 2014

Sumário

Parte I

Provas

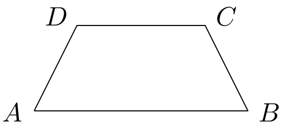
Capítulo 1

Matemática 2013–1

51 – As medidas dos ângulos internos de um triângulo formam uma PA. Assim, independente do valor da razão, pode-se afirmar que um desses ângulos mede

a) $30°$. b) $45°$. c) $60°$. d) $90°$.

52 – Seja $ABCD$ o trapézio isósceles da figura.



A soma das medidas dos ângulos $\widehat{A}$ e $\widehat{C}$ é

a) $90°$. b) $120°$. c) $150°$. d) $180°$.

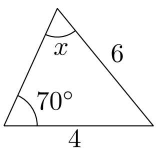
53 – Em um triângulo retângulo, a hipotenusa é o dobro de um cateto. O ângulo oposto a esse cateto mede

a) $20°$. b) $30°$. c) $45°$. d) $60°$.

54 – Ao expressar $\frac{16\pi}{9}$ rad em graus, obtém-se

a) $170°$. b) $220°$. c) $280°$. d) $320°$.

55 – Considere as medidas indicadas na figura e que $\operatorname{sen} 70° = 0,9$.



Pela "Lei dos Senos", obtém-se $\operatorname{sen} x =$ ______ .

a) $0,4$ b) $0,5$ c) $0,6$ d) $0,7$

56 – O valor de x que é solução do sistema $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases}$ é um número

a) par primo.
b) ímpar primo.
c) par não primo.
d) ímpar não primo.

57 – Sejam as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. A soma dos elementos de $A \cdot B$ é

a) 0. b) 1. c) 2. d) 3.

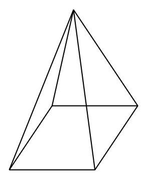
58 – Se $z = 3 + 2i$ é um número complexo, então z^2 é igual a

a) $5 + 12i$. b) $9 + 12i$. c) $13 + 4i$. d) $9 + 4i$.

59 – Um cilindro equilátero cuja geratriz mede 8 cm, tem área lateral igual a _____ π cm^2.

a) 128 b) 64 c) 32 d) 16

60 – Seja uma pirâmide quadrangular regular com todas as arestas medindo 2 cm.



A altura dessa pirâmide, em cm, é

a) $2\sqrt{3}$. b) $3\sqrt{2}$. c) $\sqrt{3}$. d) $\sqrt{2}$.

61 – Foram vendidos 100 ingressos para um show. Desses ingressos, 70 foram vendidos a R$ 50,00 cada um, e os demais, por serem da área vip, foram vendidos a R$ 100,00 cada um. Considerando todos os ingressos vendidos, o preço médio do ingresso, em reais, foi

a) 68. b) 65. c) 60. d) 54.

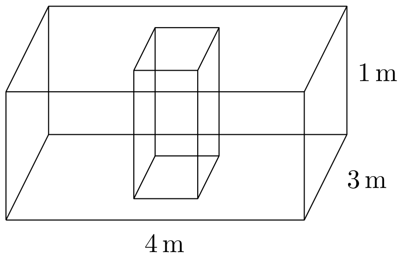
62 – Para elaborar uma prova de Inglês, um professor utilizará 6 questões de vocabulário e 4 de gramática. O número de maneiras que ele pode ordenar aleatoriamente essas questões é dado por _____ .

a) $(6+4)!$ b) $(6-4)!$ c) $6! \cdot 4!$ d) $\frac{6!}{4!}$

63 – A razão r entre o apótema e o lado de um hexágono regular é igual a

a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$. c) $\frac{2}{3}$. d) $\frac{1}{3}$.

64 – Uma piscina tem a forma de um paralelepípedo retângulo e tem, no seu centro, um cubo de concreto de 1 m de aresta, como mostra a figura.



O volume de água necessário para encher a piscina, em m^3, é

a) 12. b) 11. c) 10. d) 9.

65 – Em Estatística, uma Amostra sempre é

a) uma tabela com dados desordenados.
b) um subconjunto de uma População.
c) uma tabela com dados ordenados.
d) o mesmo que População.

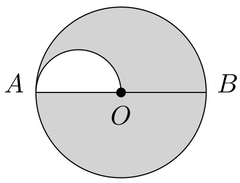
66 – Seja $f(x) = \frac{(2x-3)(4x+1)}{(x+2)(x-5)}$ uma função. Um valor que não pode estar no domínio de f é

a) 1. b) 2. c) 3. d) 5.

67 – Sejam $\operatorname{sen} x = \frac{3}{5}$, $\cos x = \frac{4}{5}$ e $\operatorname{sen} 2x = \frac{a}{b}$. Se $\frac{a}{b}$ é uma fração irredutível, então $b - a$ é igual a

a) 1. b) 2. c) 3. d) 4.

68 – Na figura, $AB = 8$ cm é o diâmetro do círculo de centro O e AO é o diâmetro do semicírculo.



Assim, a área sombreada dessa figura é ____ π cm^2.
a) 14 b) 13 c) 11 d) 10

69 – Seja uma função real definida por $f(x) = (x+1) \cdot m^{x-1}$. Se $f(2) = 6$, então m é igual a
a) 4. b) 3. c) 2. d) 1.

70 – Sejam ρ_1 e ρ_2, respectivamente, os módulos dos números complexos $z_1 = 1 + 2i$ e $z_2 = 4 - 2i$. Assim, $\rho_1 + \rho_2$ é igual a
a) 5. b) $\sqrt{5}$. c) $2\sqrt{5}$. d) $3\sqrt{5}$.

71 – A distância do ponto $(3, 1)$ à reta cuja equação geral é $2x - 2y + 2 = 0$ é
a) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ b) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ c) $2\sqrt{2}$ d) $\sqrt{2}$

72 – Sendo $\tan x = \frac{1}{t}$ e $\operatorname{sen} x = u$, uma maneira de expressar o valor de $\cos x$ é
a) t . b) $\frac{u}{t}$. c) $u \cdot t$. d) $u + t$.

73 – Para que exista a função $f(x) = \log(x - m)$, é necessário que x seja
a) maior que m.
b) menor que m.
c) maior ou igual a m.
d) menor ou igual a m.

74 – A menor raiz da função $f(x) = x^2 - 5x + 4$ é ____ e a maior é ____.
Completam corretamente a afirmação, na devida ordem, as palavras
a) par e par.
b) par e ímpar.
c) ímpar e par.
d) ímpar e ímpar.

75 – Para que os pontos $A(2, 0)$, $B(a, 1)$ e $C(a + 1, 2)$ estejam alinhados, é necessário que o valor de a seja
a) 5. b) 4. c) 3. d) 2.

Parte II

Soluções

Capítulo 2

Matemática 2013–1

Questão 51

Solução: Chamando os três ângulos internos do triângulo de $x-r$, x, $x+r$, sendo r a razão da P.A., teremos:

$$x - r + x + x + r = 180^\circ$$

Logo:

$$3x = 180^\circ \Rightarrow x = 60^\circ$$

Opção C

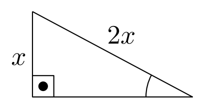
Questão 52

Solução: Se o trapézio é isósceles, temos que $\widehat{A} = \widehat{B}$. Além disso, como $AB \parallel CD$ temos $\widehat{A} + \widehat{D} = 180^\circ$ e $\widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$. Então $\widehat{A} + \widehat{C} = 180^\circ$.

Opção D

Questão 53

Solução: Fazendo uma figura:



Calculando o seno do ângulo θ indicado temos:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{x}{2x} \Rightarrow \operatorname{sen}\theta = \frac{1}{2}$$

Como $0^\circ < \theta < 90^\circ$, temos $\theta = 30^\circ$.

Opção B

Questão 54

Solução: Basta fazer uma proporção direta:

$$\frac{180^\circ}{x} = \frac{\pi}{\frac{16\pi}{9}}$$

Logo:

$$x = \frac{180^\circ \cdot 16}{9} \Rightarrow x = 320^\circ$$

Opção D

Questão 55

Solução: Usando a lei dos senos teremos:

$$\frac{4}{\operatorname{sen} x} = \frac{6}{\operatorname{sen} 70^\circ} \Rightarrow \operatorname{sen} x = \frac{4 \cdot \operatorname{sen} 70^\circ}{6}$$

Simplificando:

$$\operatorname{sen} x = \frac{3,6}{6} \Rightarrow \operatorname{sen} x = 0,6$$

Opção C

Questão 56

Solução: Isolando x na primeira equação:

$$x = 1 + 2y$$

Substituindo na segunda equação:

$$2(1 + 2y) - 3y = 3 \Rightarrow 2 + 4y - 3y = 3 \Rightarrow y = 1$$

Portanto, para x:

$$x = 1 + 2 \cdot 1 \Rightarrow x = 3$$

Opção B

Questão 57

Solução: Calculando AB temos:

$$AB = \begin{bmatrix} 1 \cdot (-1) + 1 \cdot 1 & 1 \cdot 2 + 1 \cdot 0 \\ 0 \cdot (-1) + (-1) \cdot 1 & 0 \cdot 2 + (-1) \cdot 0 \end{bmatrix}$$

Então:

$$AB = \begin{bmatrix} -1+1 & 2+0 \\ 0+-1 & 0+0 \end{bmatrix} \Rightarrow AB = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Opção B

Questão 58

Solução: Basta fazermos:

$$(3+2i)\cdot(3+2i) = 9+6i+6i+4i^2 = 5+12i$$

Opção A

Questão 59

Solução: A área lateral A de um cilindro de geratriz g e raio da base r é:

$$A = 2\pi rg$$

O cilindro equilátero tem $g = 2r$, logo:

$$A = 2\pi \cdot r \cdot 2r \Rightarrow A = 2\pi \cdot 2 \cdot 4^2$$

Portanto:

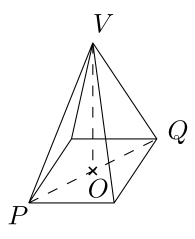
$$A = 64\pi\,\text{cm}^2$$

Opção B

Questão 60

Solução: Seja PQ a diagonal da base, que é um quadrado de lado 2, logo:

$$PQ^2 = 2^2 + 2^2 \Rightarrow PQ = 2\sqrt{2}\,\text{cm}$$



O triângulo VOP é retângulo e O é o centro da base. Assim temos:

$$VP^2 = VO^2 + OP^2 \Rightarrow 2^2 = VO^2 + (\sqrt{2})^2$$

Logo:

$$VO = \sqrt{2}\,\text{cm}$$

Opção D

Questão 61

Solução: O preço médio m do ingresso é a média ponderada de cada preço pelo número de ingressos vendidos:

$$m = \frac{50 \cdot 70 + 100 \cdot 30}{70 + 30} \Rightarrow m = \frac{3500 + 3000}{100} \Rightarrow m = 65$$

Opção B

Questão 62

Solução: Como são 10 questões distintas temos 10! maneiras de organizá-las.

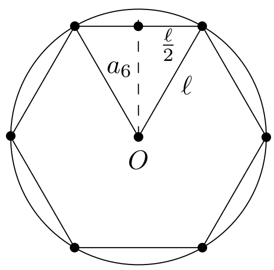
Observação: Se a pergunta fosse como organizar as questões por tema, como as questões já estão escolhidas, somente a ordem delas é que precisaria ser escolhida. Isto quer dizer que teríamos uma permutação de 10 questões com repetição de 6 e 4, como se fosse um anagrama assim: VVVGVGVGGV. Este é um exemplo apenas. Então:

$$P_{4,6}^{10} = \frac{10!}{4! \cdot 6!} \Rightarrow P_{4,6}^{10} = 210 \, \text{maneiras}$$

Opção A

Questão 63

Solução: Seja ℓ o lado do hexágono regular. O apótema a_6 é a altura de um triângulo equilátero de lado ℓ, como se vê na figura.



Assim, temos $\ell^2 = a_6^2 + (\frac{\ell}{2})^2$ e, portanto, $a_6 = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$. Assim teremos:

$$r = \frac{a_6}{\ell} \Rightarrow r = \frac{\frac{\ell\sqrt{3}}{2}}{\ell} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Opção A

Questão 64

Solução: O volume necessário V para encher a piscina corresponde à diferença entre o volume da piscina, v_p, e o volume do cubo, v_c:

$$V = v_p - v_c$$

Logo:

$$V = 4 \cdot 3 \cdot 1 - 1^3 \Rightarrow V = 11\,\mathrm{m}^3$$

Opção B

Questão 65

Solução: Neste caso, a questão só envolve a definição de amostra. Portanto, não há muito o que discorrer.

Opção B

Questão 66

Solução: O domínio de f é tal que:

$$x + 2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2$$

E

$$x - 5 \neq 0 \Rightarrow x \neq 5$$

Ou seja, $D_f = \mathbb{R} - \{-2, 5\}$.

Opção D

Questão 67

Solução: Sabemos que $\operatorname{sen} 2x = 2 \operatorname{sen} x \cos x$, daí podemos escrever:

$$\operatorname{sen} 2x = 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} \Rightarrow \operatorname{sen} 2x = \frac{24}{25}$$

Logo $b - a = 25 - 24 = 1$.

Opção A

Questão 68

Solução: Seja O' o centro do semicírculo menor. Neste caso, temos $AO' = \frac{AB}{4} = 2$ cm. Basta então subtrair do círculo de centro O a área do semicírculo:

$$A = \pi \cdot 4^2 - \frac{1}{2}\pi \cdot 2^2 \Rightarrow A = (16-2)\pi \Rightarrow A = 14\pi$$

Opção A

Questão 69

Solução: Como $f(2) = 6$ temos:

$$(2+1) \cdot m^{2-1} = 6 \Rightarrow 3m = 6 \Rightarrow m = 2$$

Opção C

Questão 70

Solução: Vamos calcular cada módulo:

$$\rho_1 = \sqrt{1^2 + 2^2} \Rightarrow \rho_1 = \sqrt{5}$$

E

$$\rho_2 = \sqrt{4^2 + (-2)^2} \Rightarrow \rho_2 = \sqrt{20} \Rightarrow \rho_2 = 2\sqrt{5}$$

Logo:

$$\rho_1 + \rho_2 = 3\sqrt{5}$$

Opção D

Questão 71

Solução 1: Nesta questão podemos usar a fórmula da distância de ponto a reta:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Então:

$$d = \frac{|2 \cdot 3 + (-2) \cdot 1 + 2|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2}} \Rightarrow d = \frac{|6 + -2 + 2|}{\sqrt{8}}$$

Logo:

$$d = \frac{|6|}{2\sqrt{2}} \Rightarrow d = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

Solução 2: Seja r a reta dada. Vamos encontar a equação reduzida da reta:

$$2x - 2y + 2 = 0 \Rightarrow y = x + 1$$

Daí $m_r = 1$. Uma reta s perpendicular a r terá coeficiente angular tal que $m_s \cdot m_r = -1$. Logo:

$$m_s \cdot 1 = -1 \Rightarrow m_s = -1$$

A equação reduzida de s:

$$y = -x + n$$

Mas s passa por $(3, 1)$, então:

$$1 = -3 + n \Rightarrow n = 4$$

Agora basta achar o ponto P em que r e s se interceptam:

$$-x + 4 = x + 1 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

A ordenada:

$$y = \frac{3}{2} + 1 \Rightarrow y = \frac{5}{2}$$

Agora a distância entre $P(\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$ e $(3, 1)$:

$$d = \sqrt{\left(\frac{3}{2} - 3\right)^2 + \left(\frac{5}{2} - 1\right)^2} \Rightarrow d = \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} \Rightarrow d = \frac{3}{2}\sqrt{2}$$

Opção B

Questão 72

Solução: Como $\tan x = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$ temos:

$$\frac{1}{t} = \frac{u}{\cos x} \Rightarrow \cos x = ut$$

Opção C

Questão 73

Solução: Para que uma função logarítmica exista, o logaritmando deve ser maior que zero:

$$x - m > 0 \Rightarrow x > m$$

Opção A

Questão 74

Solução: Usando a fórmula de solução de uma equação do segundo grau:

$$x_{1,2} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1}$$

Logo:

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{2}$$

Então $x_1 = 4$ e $x_2 = 1$.

Opção C

Questão 75

Solução: Queremos que a inclinação da reta que passa por A e B seja a mesma da que passa por B e C:

$$\frac{1-0}{a-2} = \frac{2-1}{a+1-a} \Rightarrow \frac{1}{a-2} = \frac{1}{1} \Rightarrow a = 3$$

Opção C