

Curso Mentor

Soluções de Questões de Matemática do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca – CEFET/RJ

Sistemas de Numeração

1. Questão

No sistema de numeração de base 2, o numeral mais simples de 23 é:

- a) 11101 b) 10111 c) 1100 d) 1001 e) 11

Solução:

Para passar um número qualquer da base 10 para a base 2 dividimos o mesmo por 2 sucessivamente até encontrar quociente igual a 1:

$$\begin{array}{r} 23 \mid 2 \\ 1 \mid 11 \quad 2 \\ 1 \mid 5 \quad 2 \\ 1 \mid 2 \quad 2 \\ 0 \mid 1 \end{array}$$

Lendo da direita para a esquerda começando pelo último quociente e indo até o primeiro resto obtemos o número na base 2:

$$23_{10} = 10111_2$$

Opção B

2. Questão

“O setor público registra déficit de R\$ 33,091 bilhões em 1994”. Se x é igual ao número de zeros dessa quantia, desprezados os zeros dos centavos, então o número x escrito no sistema binário é:

- a) $10_{(2)}$ b) $100_{(2)}$ c) $101_{(2)}$ d) $110_{(2)}$ e) $111_{(2)}$

Solução:

A quantia “bilhões” pode ser representada por uma potência de 10:

$$1 \text{ bilhão} = 1.000.000.000 = 10^9$$

Assim:

$$33,091 \text{ bilhões} = 33,091 \cdot 10^9 = 33.091.000.000$$

Como são 7 zeros, precisamos passar para a base 2:

$$7_{10} = 111_2$$

Observação: Cuidado com essa questão, pois há uma “armadilha”; é preciso contar o zero entre o 3 e o 9 (**33.091.000.000**).

Opção E

Curso Mentor

3. Questão

A tabela abaixo está escrita no sistema binário. Determine o único elemento que satisfaça a sequência.

1010	101	10	1
1011	110	11	100
1100	111	1000	1001
1101	1110	1111	

- a) 10000 b) 10001 c) 10010 d) 10011 e) 10100

Solução:

O melhor caminho para esta questão talvez seja colocar cada número da tabela no sistema de base 10 e verificar mais claramente qual a regra de formação dela:

10	5	2	1
11	8	3	4
12	7	8	9
13	14	15	16

Opção A

Sistema Decimal de Numeração

4. Questão

No número $(11221)_3$, qual o valor relativo do algarismo que ocupa a segunda ordem quando escrito no sistema decimal?

Solução:

Para passar o número para a base 10 usamos o seguinte procedimento:

$$11221_3 = (1 \cdot 3^4 + 1 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0)_{10}$$

Portanto:

$$11221_3 = 81 + 27 + 18 + 6 + 1 \Rightarrow 11221_3 = 133$$

Separando em ordens:

$$133 = 100 + 30 + 3$$

Resposta: 30

5. Questão

Escrevendo-se o algarismo 5 à direita de um certo número, ele fica aumentado de 248 unidades. Que número é esse?

Solução:

De acordo com o enunciado temos:

$$a5 = a + 248$$

O que nos dá:

$$10 \cdot a + 5 = 200 + 40 + 8 + a$$

Curso Mentor

Solucionando esta equação teremos:

$$\begin{aligned}10a - a &= 248 - 5 \\9a = 243 \Rightarrow a &= \frac{243}{9} \\a &= 27\end{aligned}$$

Tirando a prova real:

$$275 = 27 + 248$$

Resposta: 27

Operações Fundamentais

6. Questão

Um dado elevador pode transportar, com segurança, no máximo, uma tonelada. Supondo-se que esse elevador esteja transportando três pessoas com 67 kg cada, seis pessoas com 75 kg cada e três pessoas com 82 kg cada, qual o número máximo de pessoas com 56 kg cada que ainda poderiam ser transportadas sem risco de sobrecarga?

Solução 1:

Somando o peso das pessoas já no elevador:

$$3 \cdot 67 + 6 \cdot 75 + 3 \cdot 82 = 201 + 450 + 246 = 897$$

O peso total já é de 897 kg. Colocando mais um passageiro de 56 kg:

$$897 + 56 = 953$$

Caso seja colocado mais um passageiro de 56 kg:

$$953 + 56 = 1009$$

O que ultrapassa uma tonelada. Portanto só é possível colocar **mais um passageiro** além dos que já estão no elevador.

Solução 2:

O problema pode ser solucionado usando inequações:

$$3 \cdot 67 + 6 \cdot 75 + 3 \cdot 82 + n \cdot 56 < 1000$$

$$201 + 450 + 246 + n \cdot 56 < 1000$$

$$56n < 1000 - 897 \Rightarrow n < \frac{103}{56}$$

$$n < 1,83$$

Como n deve ser natural seu valor é 1.

Resposta: 1

Números Primos

7. Questão

Determine três números naturais consecutivos cujo produto é 504.

Solução:

Vamos fatorar 504:

504	2
252	2
126	2
63	3
21	3
7	7

Curso Mentor

$$1 \quad \boxed{2^3 \cdot 3^2 \cdot 7}$$

Note que as combinações destes fatores separadas em três grupos nos darão os números possíveis. Apesar disso, nossa pesquisa será mais restrita, pois os números devem ser **consecutivos** e começando por 2 isso não será possível, pois os próximos números seriam 3 e 4, o que é impossível. Veja:

2 3 ?

Com não é possível 5, passemos para 6. Há um fator para 7, mas não há fatores suficientes para fazer 8. Confira:

$$2 \cdot 3 = 6 \quad 7 \quad 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

O próximo teste é 7, 8 e 9. Que é nossa resposta.

Para que fique ainda mais claro, abaixo, listamos as possibilidades de combinações:

Parcelas da fatoração	Números
2 2 2 2 3 3 7	2, 2 e 126
2 2 2 3 3 7	2, 4 e 63
2 2 2 3 3 7	2, 12 e 21
2 2 2 3 3 7	2, 7 e 36
2 2 2 3 3 7	2, 4, e 63
2 2 2 3 3 7	4, 6 e 21
2 2 2 3 3 7	4, 7 e 18
2 2 2 3 3 7	3, 8 e 21
2 2 2 3 3 7	7, 8 e 9
2 2 2 3 3 7	3, 7 e 24

Resposta: 7,8 e 9

8. Questão

O número de divisores do número 40 é:

- a) 8 b) 6 c) 4 d) 2 e) 20

Solução:

Seja N um número qualquer cuja fatoração encontra-se abaixo:

$$N = x^a \cdot y^b \cdot z^c \dots$$

O número de divisores positivos D de qualquer número N pode ser dado pela expressão:

$$D = (a+1) \cdot (b+1) \cdot (c+1) \dots$$

Fatorando 40:

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ \hline 1 & 2^3 \cdot 5 \end{array}$$

O total de divisores positivos será:

$$D = (3+1) \cdot (1+1) \Rightarrow D = 8$$

Opção A

Curso Mentor

9. Questão

A soma dos dois maiores fatores primos de 120 é:

- a) 9 b) 8 c) 10 d) 5 e) 7

Solução:

Fatorando 120:

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	$2^3 \cdot 3 \cdot 5$

Daí:

$$S = 3 + 5 \Rightarrow S = 8$$

Opção B

10. Questão

Se $N = 2 \cdot 30^2$, qual o número de divisores positivos de N que são também múltiplos de 15?

Solução:

Vamos fatorar N:

$$N = 2 \cdot (2 \cdot 3 \cdot 5)^2 \Rightarrow N = 2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$$

Reescrevendo esta fatoração:

$$N = 2 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \underbrace{(3 \cdot 5)}_{15}$$

Note que excluindo a parcela com resultado 15 temos:

$$D = (3+1) \cdot (1+1) \cdot (1+1) \Rightarrow D = 16$$

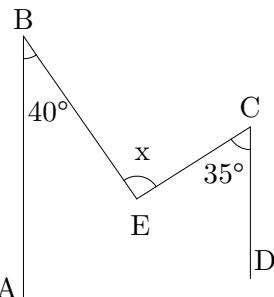
Esses 16 divisores serão obrigatoriamente múltiplos de 15, pois estão multiplicados por 15.

Resposta: 16

Ângulos

11. Questão

Na figura, \overline{AB} é paralelo a \overline{CD} . O valor do ângulo $B\hat{E}C$ é:

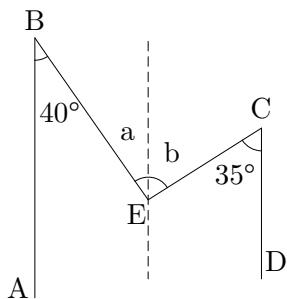


- a) 35° b) 40° c) 50° d) 55° e) 75°

Solução:

Curso Mentor

Traçando uma paralela auxiliar a \overline{AB} e \overline{CD} passando por E:



Usando as propriedades de duas paralelas cortadas por uma transversal, vemos que $a = 40^\circ$ e $b = 35^\circ$ então:

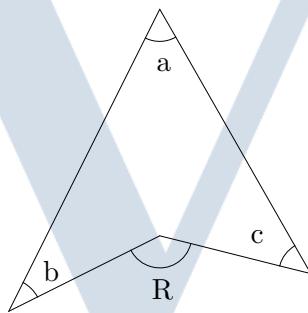
$$x = a + b \Rightarrow x = 75^\circ$$

Opção E

Triângulos

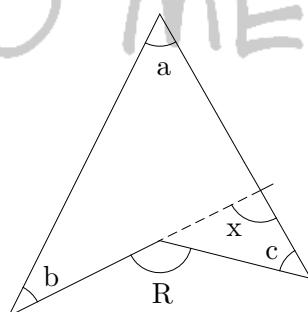
12. Questão

Considere o quadrilátero da figura abaixo e calcule a medida do ângulo x em função das medidas de a, b e c.



Solução:

Primeiro, traçamos o prolongamento de um dos lados até interceptar o outro lado:



Note que x é ângulo externo do triângulo maior, logo:

$$x = a + b$$

Pelo mesmo motivo:

$$R = x + c$$

Substituindo uma equação na outra:

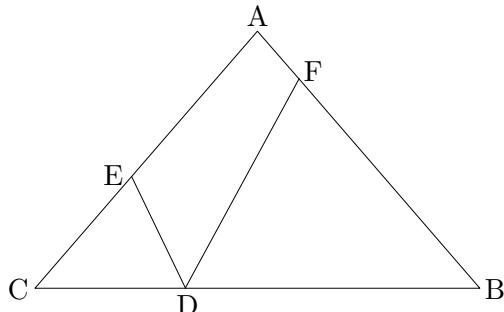
$$R = \underbrace{a + b}_{x} + c$$

Curso Mentor

$$R = a + b + c$$

13. Questão

No triângulo ABC, $\overline{AB} = \overline{AC}$ e $\hat{A} = 80^\circ$. Os pontos D, E e F estão sobre os lados \overline{BC} , \overline{AC} e \overline{AB} respectivamente. Se $\overline{CE} = \overline{CD}$ e $\overline{BF} = \overline{BD}$, então o ângulo $E\hat{D}F$ é igual a:



- a) 30° b) 40° c) 50° d) 60° e) 70°

Solução:

Como $\overline{AB} = \overline{AC}$ temos que $\hat{B} = \hat{C} = 50^\circ$. Do enunciado temos $\overline{CE} = \overline{CD}$, logo $C\hat{E}D = C\hat{D}E = 65^\circ$. Também do enunciado, temos $\overline{BF} = \overline{BD}$, então $B\hat{F}D = B\hat{D}F = 65^\circ$. Olhando a figura percebemos que:

$$C\hat{D}E + B\hat{D}F + E\hat{D}F = 180^\circ$$

Logo:

$$E\hat{D}F = 180^\circ - 65^\circ - 65^\circ$$

$$E\hat{D}F = 50^\circ$$

Opção C

14. Questão

Em qual dos polígonos convexos a soma dos ângulos internos mais a soma dos ângulos externos é de 1080° ?

- a) Pentágono
- b) Hexágono
- c) Heptágono
- d) Octógono
- e) Eneágono

Solução:

A soma dos ângulos internos de um polígono convexo é dada pela expressão:

$$S_i = 180^\circ \cdot (n - 2)$$

A soma dos ângulos externos é dada por:

$$S_e = 360^\circ$$

Do enunciado:

$$S_i + S_e = 1080^\circ$$

$$180^\circ(n - 2) + 360^\circ = 1080^\circ$$

$$180^\circ \cdot n - 360^\circ + 360^\circ = 1080^\circ$$

$$n = \frac{1080^\circ}{180^\circ} \Rightarrow n = 6$$

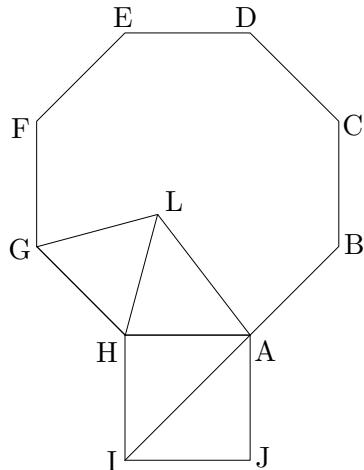
O polígono tem 6 lados, logo é o hexágono.

Opção B

Curso Mentor

15. Questão

Os polígonos ABCDEFGH, GHL e AHIJ são regulares. Calcule o ângulo \hat{LAI} .



Solução:

Como GHL é equilátero temos $\hat{GHL} = 60^\circ$. Calculando o ângulo interno do octógono:

$$a_i = \frac{180^\circ(n-2)}{n} \Rightarrow a_i = \frac{180 \cdot 6}{8}$$
$$a_i = 135^\circ$$

Calculando então o ângulo \hat{LHA} :

$$\hat{LHA} = 135^\circ - 60^\circ$$

$$\hat{LHA} = 75^\circ$$

Observando o triângulo AHL, temos:

$$AH = HL$$

Portanto:

$$\hat{HAL} = \hat{ALH} = \frac{105^\circ}{2}$$

O triângulo IHA é retângulo em H e isósceles ($IH = AH$), o que nos dá:

$$\hat{IAH} = 45^\circ$$

Da figura:

$$\begin{aligned}\hat{LAI} &= \hat{IAH} + \hat{HAL} \\ \hat{LAI} &= 45^\circ + \frac{105^\circ}{2} \Rightarrow \hat{LAI} = \frac{195^\circ}{2} \\ \hat{LAI} &= 97,5^\circ \text{ ou } \hat{LAI} = 97^\circ 30'\end{aligned}$$

Círculo

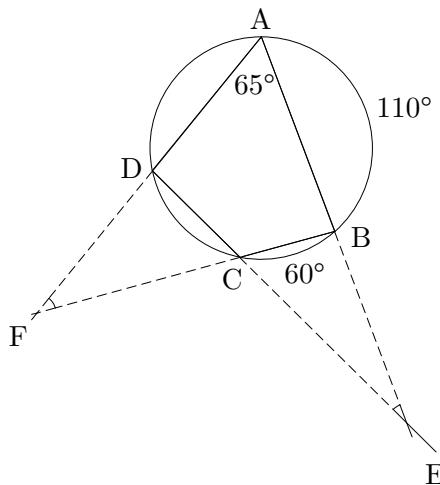
16. Questão

Num círculo tomam-se, no mesmo sentido de percurso, os arcos $\widehat{AB} = 110^\circ$, $\widehat{BC} = 60^\circ$ e \widehat{CD} . Sabendo-se que o ângulo $\hat{BAD} = 65^\circ$, determine a soma dos ângulos \hat{E} e \hat{F} formados respectivamente, pelos prolongamentos das cordas \overline{AB} e \overline{DC} e das cordas \overline{BC} e \overline{AD} .

Solução:

Curso Mentor

Façamos primeiro a figura do enunciado:



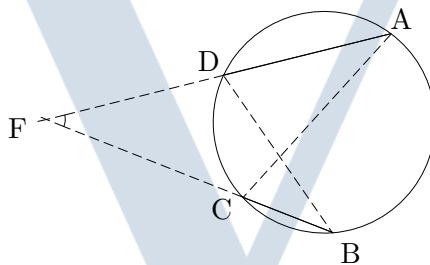
Como $\hat{B}\hat{A}\hat{D} = 65^\circ$ o arco \widehat{BD} vale 130° , portanto o arco \widehat{CD} vale 70° . A partir disso:

$$\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD} + \widehat{DA} = 360^\circ$$

$$\widehat{AB} + 110^\circ + 60^\circ + 70^\circ = 360^\circ$$

$$\widehat{AB} = 360^\circ - 240^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 120^\circ$$

Para calcular os ângulos em E e F devemos lembrar do que segue abaixo:



Seja o triângulo ACF. O ângulo em A é metade do arco CD:

$$\hat{A} = \frac{\widehat{CD}}{2}$$

Olhando agora para o ângulo externo em C teremos:

$$\hat{ACB} = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

Usando o ângulo externo em C do triângulo ACF:

$$\hat{F} + \hat{A} = \hat{ACB}$$

Então:

$$\begin{aligned} \hat{F} + \frac{\widehat{CD}}{2} &= \frac{\widehat{AB}}{2} \Rightarrow \hat{F} = \frac{\widehat{AB}}{2} - \frac{\widehat{CD}}{2} \\ \hat{F} &= \frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2} \end{aligned}$$

Usando este resultado no problema:

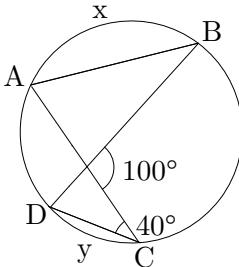
$$\hat{F} + \hat{E} = \frac{110^\circ - 70^\circ}{2} + \frac{120^\circ - 60^\circ}{2}$$

$$\hat{F} + \hat{E} = 50^\circ$$

Curso Mentor

17. Questão

Sendo $\widehat{AB} = x$ e $\widehat{CD} = y$, o valor de $x + y$ é:



- a) 90° b) 120° c) 140° d) 150° e) 160°

Solução:

O arco \widehat{AD} vale:

$$\widehat{AD} = \widehat{ACD} \cdot 2 \Rightarrow \widehat{AD} = 80^\circ$$

\widehat{AD} é subentendido pelo ângulo $A\hat{B}D$:

$$A\hat{B}D = \frac{\widehat{AD}}{2} \Rightarrow A\hat{B}D = 40^\circ$$

Sendo E a interseção das cordas, a soma dos ângulos do triângulo ABE:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{E} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + 40^\circ + 80^\circ = 180^\circ$$

$$\hat{A} = 60^\circ$$

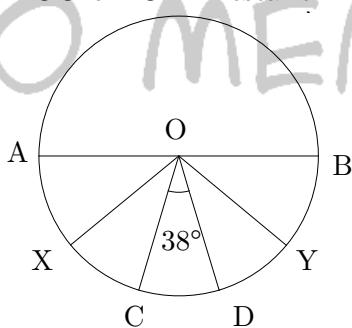
Somando todos os arcos:

$$\begin{aligned}\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD} + \widehat{DA} &= 360^\circ \\ x + 120^\circ + y + 80^\circ &= 360^\circ \\ x + y &= 160^\circ\end{aligned}$$

Opção E

18. Questão

Na figura, AB é o diâmetro da circunferência de centro O; OX e OY são respectivamente bissetrizes de $A\hat{O}C$ e $B\hat{O}D$. Desta forma $X\hat{O}Y$ mede:



- a) 76° b) 96° c) 109° d) 138° e) 181°

Solução:

Do enunciado temos que:

$$X\hat{O}C = \frac{A\hat{O}C}{2} \text{ e } Y\hat{O}D = \frac{B\hat{O}D}{2}$$

Podemos então escrever a soma:

$$\widehat{AC} + \widehat{CD} + \widehat{DB} = 180^\circ$$

Curso Mentor

$$2X\hat{O}C + 2Y\hat{O}D + 38^\circ = 180^\circ$$

$$X\hat{O}C + Y\hat{O}D = 71^\circ$$

Somando 38°:

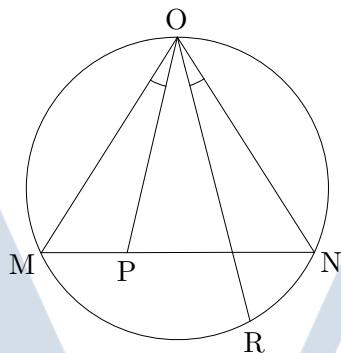
$$X\hat{O}Y = 109^\circ$$

Opção C

Linhas Proporcionais

19. Questão

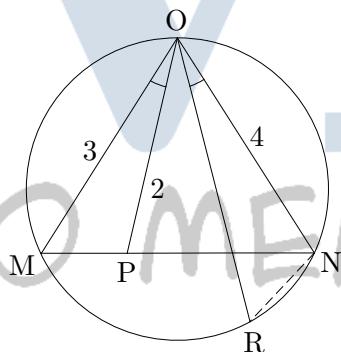
Considere a figura abaixo:



Se $M\hat{O}P = N\hat{O}R$, $\overline{OM} = 3 \text{ cm}$, $\overline{OP} = 2 \text{ cm}$ e $\overline{ON} = 4 \text{ cm}$, determine a medida de \overline{OR} .

Solução:

Traçando o segmento RN vemos que os ângulos OMP e ORN são congruentes, pois subtendem o mesmo arco \widehat{ON} :



Como os triângulos OMP e ORN têm dois ângulos iguais, eles são semelhantes (pelo caso AAA). Podemos então escrever:

$$\frac{OP}{ON} = \frac{OM}{OR}$$
$$\frac{2}{4} = \frac{3}{OR} \Rightarrow OR = 6$$

O segmento OR vale, então, 6 cm.