

Soluções das Questões de Matemática do Concurso de Admissão ao Curso de Formação de Oficiais da Academia da Força Aérea – AFA

Concurso 2010/2011

Questão 21

Considere a função quadrática $f : A \rightarrow B$ de raízes $x_1 = 1$ ou $x_2 = 3$, cujas coordenadas do vértice são iguais. Se $f(x) \geq 0, \forall x \in A$ e f é função crescente $\forall x \in [p, q]$, então $(q - p)$ é igual a

- a) 3 b) 2 c) 1 d) 4

Solução:

Como a função f é quadrática de raízes 1 e 3, podemos escrevê-la da seguinte forma:

$$f(x) = a(x - 1)(x - 3)$$

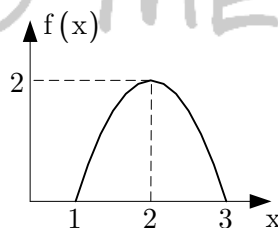
O que nos dá:

$$f(x) = ax^2 - 4ax + 3a$$

Em uma parábola do tipo $f(x) = Ax^2 + Bx + C$, calculando o x do vértice teremos:

$$x_v = \frac{-B}{2A} \Rightarrow x_v = \frac{-(-4a)}{2a} \Rightarrow x_v = 2$$

Portanto as coordenadas do vértice são $(2, 2)$. Como a parábola é sempre positiva temos que a é negativo e a mesma só existe entre as raízes. Veja graficamente:



Notamos que a função é crescente de $x = 1$ a $x = 2$, logo $(q - p) = 1$.

Opção C

Questão 22

Classifique em (V) verdadeiro ou (F) falso cada item abaixo, onde $a \in \mathbb{R}$

I) $\frac{x^2 - a^2}{x - a} = x + a \quad \forall x \in \mathbb{R}$

II) se $\frac{1}{x} < \frac{1}{a}$ e $a > 0$, então $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 0 \text{ ou } x > a\}$

Curso Mentor

III) se $a > 0$ e $|x| < a$, então $x^2 - a^2 < 0$

Tem-se a sequência correta em

- a) F-V-F b) F-V-V c) V-F-V d) F-F-V

Solução:

Analisando cada uma das assertivas:

I) **Falsa.** Basta um contra-exemplo. Se $x = a$, teremos $\frac{0}{0}$ que é uma indeterminação.

II) **Verdadeira.** Veja que só há dois casos possíveis, se $a > 0$:

a) x é **positivo**:

$$\frac{1}{x} < \frac{1}{a} \Rightarrow x > a$$

b) x é **negativo**:

$$\frac{1}{x} < \frac{1}{a}, \forall x \in \mathbb{R}_-$$

III) **Verdadeira.** Partindo da expressão

$$x^2 - a^2 < 0$$

Temos:

$$\begin{aligned} x^2 &< a^2 \\ |x| &< |a| \end{aligned}$$

Com a maior do que zero podemos desconsiderar o módulo:

$$|x| < a$$

Opção B

Questão 23

Um médico, apreciador de logaritmos, prescreveu um medicamento a um de seus pacientes, também apreciador de logaritmo, conforme a seguir.

Tomar x gotas do medicamento α de 8 em 8 horas. A quantidade de gotas y diária deverá ser calculada pela fórmula $\log_8 y = \log_2 6$

Considerando $\log = \frac{3}{10}$ e $\log 3 = 0,48$, é correto afirmar que $\log_2 x$ é um número do intervalo

- a) $[6, 7[$ b) $[4, 5[$ c) $[5, 6[$ d) $[3, 4[$

Solução:

Da fórmula dada pelo médico podemos escrever:

$$y = 8^{\log_2 6}$$

Sabemos que $a^{\log_a b} = b$, então:

$$\begin{aligned} y &= (2^3)^{\log_2 6} \Rightarrow y = 2^{3 \log_2 6} \Rightarrow y = 2^{\log_2 6^3} \\ y &= 216 \end{aligned}$$

Como são **216 gotas** em **24 horas**, serão **72 gotas** a cada **8 horas**. Assim x vale 72.

Agora calculamos:

$$\log_2 72 = \log_2 9 \cdot 8$$

Usando a mudança de base:

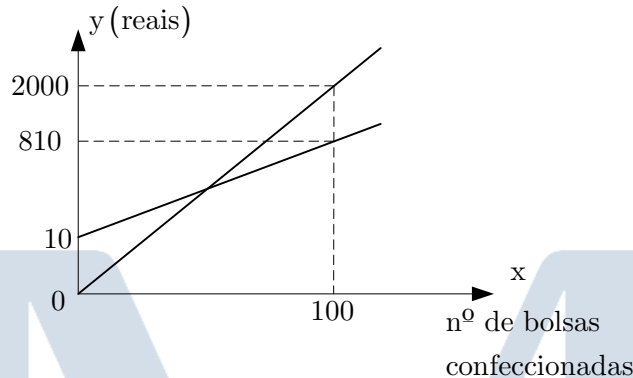
$$\frac{\log 9 \cdot 8}{\log 2} = \frac{\log 9 + \log 8}{\log 2} = \frac{\log 3^2 + \log 2^3}{\log 2} = \frac{2 \cdot 0,48 + 2 \cdot 0,3}{0,3}$$

$$\frac{0,96 + 0,6}{0,3} = \frac{1,56}{0,3} = 5,2$$

Opção C

Questão 24

Luiza possui uma pequena confecção artesanal de bolsas. No gráfico abaixo, a reta **c** representa o custo total mensal com a confecção de **x** bolsas e a reta **f** representa o faturamento mensal de Luiza com a confecção de **x** bolsas.



Com base nos dados acima, é correto afirmar que Luiza obtém lucro se, e somente se, vender

- a) no mínimo 2 bolsas
- b) exatamente 3 bolsas
- c) pelo menos 1 bolsa
- d) no mínimo 4 bolsas

Solução:

Para funções do 1º grau do tipo $f(x) = ax + b$, o valor do coeficiente angular **a**, pode ser calculado pela expressão:

$$a = \frac{y - y_0}{x - x_0}$$

Onde (x, y) e (x_0, y_0) são pontos distintos quaisquer das retas. Deve-se lembrar que o coeficiente linear **b**, é o ponto onde a reta corta o eixo y. A partir disso, temos as funções:

$$f(x) = \underbrace{\left(\frac{2000 - 0}{100 - 0} \right)}_a \cdot x + 0$$

$$g(x) = \underbrace{\left(\frac{810 - 10}{100 - 0} \right)}_a \cdot x + 10$$

Como queremos que o faturamento seja maior do que o custo:

$$f(x) > g(x)$$

$$20x > 8x + 10$$

$$12x > 10$$

$$x > \frac{5}{6}$$

Portanto, basta vender uma única bolsa e essa condição já será atendida.

Opção C

Curso Mentor

Questão 25

Uma vinícola armazena o vinho produzido em um tanque cilíndrico (reto) com sua capacidade máxima ocupada. Esse vinho será distribuído igualmente em barris idênticos também cilíndricos (retos) e vendidos para vários mercados de uma cidade.

Sabe-se que cada mercado receberá 2 barris de vinho, com altura igual a $\frac{1}{5}$ da altura do tanque e com diâmetro da base igual a $\frac{1}{4}$ do diâmetro da base do tanque. Nessas condições, a quantidade x de mercados que receberão os barris (com sua capacidade máxima ocupada) é tal que x pertence ao intervalo

- a) $0 < x < 20$ b) $20 \leq x < 40$ c) $60 \leq x < 80$ d) $40 \leq x < 60$

Solução:

O volume de um cilindro reto pode ser calculado pela expressão:

$$V = \pi r^2 h \Rightarrow V = \pi \frac{D^2}{4} h$$

Onde D é o diâmetro da base.

Seja, então, V o volume do tanque de vinho e v o volume de cada barril. Cada mercado receberá $2v$. Calculando v :

$$v = \pi \frac{\left(\frac{D}{4}\right)^2}{4} \frac{h}{5} \Rightarrow v = \frac{1}{80} \pi \frac{D^2}{4} h$$

Então $2v$:

$$2v = \frac{1}{40} V$$

Assim, cada mercado receberá $\frac{1}{40}$ do total do tanque, logo 40 mercados receberão o vinho.

Opção D

Questão 26

Se $\alpha = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}$, então

- a) α pode ser escrito na forma $\alpha = 2k$, $k \in \mathbb{Z}$
b) $\alpha \in (\mathbb{R} - \mathbb{N})$
c) $\alpha \in [(\mathbb{Q} - \mathbb{Z}) \cup (\mathbb{R} - \mathbb{Q})]$
d) $[(\mathbb{Z} \cap \mathbb{Q}) \cap (\mathbb{R} - \mathbb{N})] \supset \alpha$

Solução:

Calculando α :

$$\begin{aligned}\alpha &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}} \\ \alpha &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2}} \cdot \sqrt{(2)^2 - (\sqrt{2 + \sqrt{2}})^2} \\ \alpha &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2}} \cdot \sqrt{4 - 2 - \sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = \sqrt{2} \cdot \sqrt{(2)^2 - (\sqrt{2})^2} \\ \alpha &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \Rightarrow \alpha = 2\end{aligned}$$

Assim α é par e pode ser escrito na forma $2k$.

Questão 27

De um dos lados de uma avenida retilínea, estão dispostos alguns postes nos pontos $P_1, P_2, \dots, P_i, i \in \mathbb{N}$

Do outro lado dessa mesma avenida estão dispostas algumas árvores nos pontos $A_1, A_2, \dots, A_j, j \in \mathbb{N}$ Sabe-se que:

- $\overline{P_1P_2} = 3$ dam
- $\overline{P_1P_i} = 63$ dam
- $(\overline{P_1P_2}, \overline{P_2P_3}, \dots)$ é uma progressão aritmética finita de razão 3
- $\overline{A_1A_j} = \overline{P_1P_i}$
- $(\overline{A_1A_2}, \overline{A_2A_3}, \dots)$ é uma progressão geométrica finita de razão 2
- $i = j$

Com base nessas informações, é correto afirmar que a maior distância entre duas árvores consecutivas é, em dam, igual a

- a) 63 b) 16 c) 18 d) 32

Solução:

Como $(\overline{P_1P_2}, \overline{P_2P_3}, \dots)$ é uma P.A. de razão 3: $(3, 6, 9, \dots, \overline{P_{i-1}P_i})$. A distância do poste 1 até o poste i será dada pela soma dos termos desta P.A. Calculando a soma teremos:

$$S_n = \frac{(3 + \overline{P_{i-1}P_i}) \cdot n}{2} \Rightarrow \frac{(3 + \overline{P_{i-1}P_i}) \cdot n}{2} = 63$$

Escrevendo o último termo em função do primeiro:

$$\overline{P_{i-1}P_i} = 3 + (n - 1) \cdot 3 \Rightarrow \overline{P_{i-1}P_i} = 3n$$

Substituindo na expressão da soma:

$$(3 + 3n)n = 126 \Rightarrow 3n^2 + 3n - 126 = 0$$

$$n^2 + n - 42 = 0$$

$$n = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-42)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow \begin{cases} n_1 = \frac{-1 + \sqrt{169}}{2} \Rightarrow n_1 = \frac{-1 + 13}{2} \Rightarrow n_1 = 6 \\ n_2 = \frac{-1 - \sqrt{169}}{2} \Rightarrow n_2 = \frac{-1 - 13}{2} \Rightarrow n_2 = -7 \end{cases}$$

O último termo então fica

$$\overline{P_{i-1}P_i} = 3n \Rightarrow \overline{P_{i-1}P_i} = 18$$

A P.A. é $(3, 6, 9, 12, 15, 18)$, havendo, portanto, 7 postes. O que nos dá $i = 7$.

Sabemos que $(\overline{A_1A_2}, \overline{A_2A_3}, \dots)$ é uma P.G. de razão 2: $(d, 2d, 4d, \dots, 32d)$, onde d é a distância entre a primeira e a segunda árvore.

A distância da árvore 1 até a árvore j será dada pela soma dos termos desta P.G. Calculando a soma teremos:

$$S = \frac{d(1 - 2^6)}{1 - 2} \Rightarrow \frac{d(1 - 2^6)}{1 - 2} = 63 \Rightarrow d = 1$$

Podemos escrever a P.G.:

$$(1, 2, 4, 8, 16, 32)$$

Curso Mentor

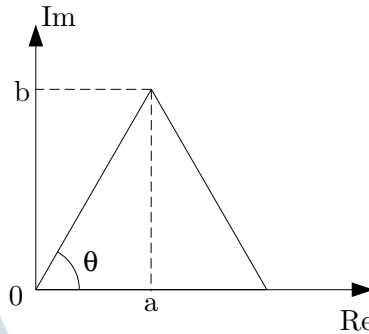
Como prova real: teremos, então, para $\overline{A_{j-1}A_j}$:

$$\overline{A_{j-1}A_j} = 32 \cdot 1 \Rightarrow \overline{A_{j-1}A_j} = 32$$

Opção D

Questão 28

O número complexo $z = a + bi$ é vértice de um triângulo equilátero, como mostra a figura abaixo.



É correto afirmar que o conjugado de z^2 tem afixo que pertence ao

- a) 3º quadrante. b) 2º quadrante. c) 1º quadrante. d) 4º quadrante.

Solução 1:

Como o triângulo é equilátero temos $\theta = 60^\circ$. Assim z pode ser escrito na forma trigonométrica como sendo:

$$z = \sqrt{a^2 + b^2} (\cos(60^\circ) + i \operatorname{sen}(60^\circ))$$

Usando a fórmula de Moivre:

$$z^2 = \left(\sqrt{a^2 + b^2}\right)^2 (\cos(2 \cdot 60^\circ) + i \operatorname{sen}(2 \cdot 60^\circ))$$

O conjugado então seria:

$$(\bar{z})^2 = \left(\sqrt{a^2 + (-b)^2}\right)^2 (\cos(2 \cdot 60^\circ) - i \operatorname{sen}(2 \cdot 60^\circ))$$

Usando a seguinte relação trigonométrica:

$$\operatorname{sen}(-x) = -\operatorname{sen}(x)$$

Teremos:

$$(\bar{z})^2 = \left(\sqrt{a^2 + (-b)^2}\right)^2 (\cos(120^\circ) + i \operatorname{sen}(-120^\circ))$$

Usando a relação:

$$\cos(-x) = \cos(x)$$

Teremos:

$$(\bar{z})^2 = \left(\sqrt{a^2 + (-b)^2}\right)^2 (\cos(-120^\circ) + i \operatorname{sen}(-120^\circ))$$

Mas,

$$-120^\circ = 240^\circ$$

Dai:

$$(\bar{z})^2 = \left(\sqrt{a^2 + (-b)^2}\right)^2 (\cos(240^\circ) + i \operatorname{sen}(240^\circ))$$

Portanto, afixo está no 3º quadrante.

Solução 2:

Todo número complexo pode ser escrito na forma:

Curso Mentor

$$z = |z| \cdot e^{i\theta}$$

Onde θ é o argumento do número complexo. No nosso caso:

$$z = \left(\sqrt{a^2 + b^2}\right) e^{i60^\circ}$$

Elevando ao quadrado:

$$z = \left(\sqrt{a^2 + b^2}\right)^2 e^{i120^\circ}$$

O conjugado de $z = |z| \cdot e^{i\theta}$ é dado pela expressão:

$$\bar{z} = |z| \cdot e^{-i\theta}$$

Então:

$$\bar{z} = \left(\sqrt{a^2 + b^2}\right)^2 e^{-i120^\circ}$$

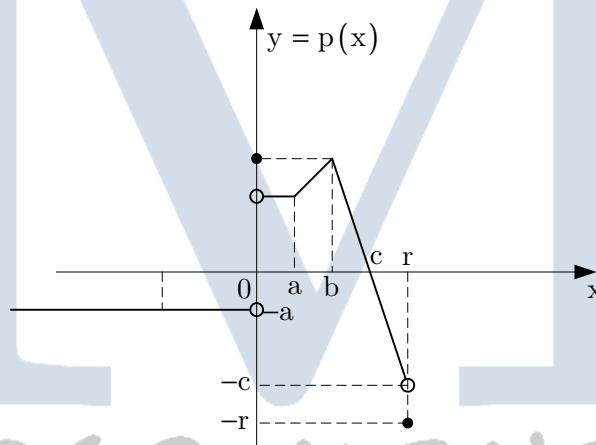
Portanto:

$$z = \left(\sqrt{a^2 + b^2}\right)^2 e^{i240^\circ}$$

Opção A

Questão 29

Considere o gráfico da função real $p : A \rightarrow B$



Analise as alternativas abaixo e, a seguir, marque a **FALSA**.

- a) $p(x) \leq 0 \Leftrightarrow \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0 \text{ ou } c \leq x \leq r\}$
- b) Existe um único $x \in A$ tal que $p(x) = c$
- c) $p(p(p(p(p(r)))))) = p(p(p(p(r))))$
- d) $\text{Im}(p) = \{-r\} \cup]-c, c]$

Solução:

Vamos analisar cada alternativa:

- a) **Verdadeira.** O gráfico está abaixo do eixo das abscissas para valores de x tais que $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 0 \text{ ou } c \leq x \leq r\}$;
- b) **Falsa.** Para dois valores de x temos ordenada igual a c : $(0, c)$ e (b, c) .
- c) **Verdadeira.** Basta calcular a composição a partir do gráfico dado:

$$p(p(p(p(p(r)))))) = p(p(p(p(r))))$$

Curso Mentor

$$p(p(p(p(-r)))) = p(p(p(-r)))$$

$$p(p(p(-a))) = p(p(-a))$$

$$p(p(-a)) = p(p(-a))$$

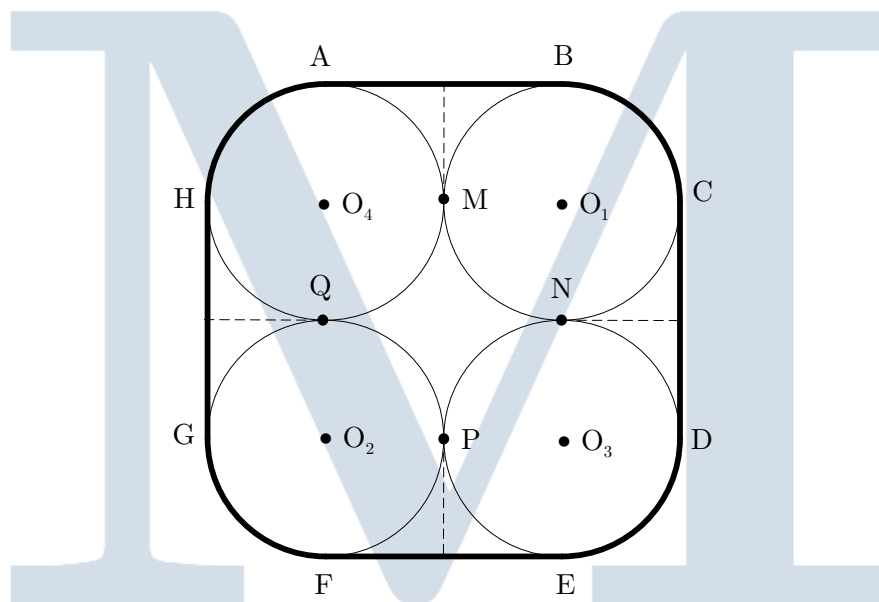
d) **Verdadeira.** Basta projetar o gráfico sobre o eixo das ordenadas e teremos a imagem de p como sendo:

$$\text{Im}(p) = \{-r\} \cup]-c, c]$$

Opção D

Questão 30

Na figura abaixo têm-se quatro círculos congruentes de centros O_1 , O_2 , O_3 e O_4 e de raio igual a 10 cm. Os pontos M, N, P e Q são pontos de tangência entre os círculos e A, B, C, D, E, F, G, H são pontos de tangência entre os círculos e a correia que os contorna.



Sabendo-se que essa correia é inextensível, seu perímetro, em cm, é igual a

- a) $2(\pi + 40)$ b) $5(\pi + 16)$ c) $5(\pi + 8)$ d) $20(\pi + 4)$

Solução:

É fácil perceber que:

$$AB = CD = EF = GH = 2R = 20 \text{ cm}$$

Com relação aos arcos

$$BC + DE + FG + HA = 2\pi r = 20\pi \text{ cm}$$

Logo o perímetro será:

$$2p = 4 \cdot 20 + 20\pi \Rightarrow 2p = 20(\pi + 4) \text{ cm}$$

Opção D

Questão 31

Um colecionador deixou sua casa provido de R\$ 5,00, disposto a gastar tudo na loja de miniaturas da esquina. O vendedor lhe mostrou três opções que havia na loja, conforme a seguir.

5 diferentes miniaturas de carros, custando R\$ 4,00 cada miniatura;

Curso Mentor

3 diferentes miniaturas de livros, custando R\$ 1,00 cada miniatura;
2 diferentes miniaturas de bichos, custando R\$ 3,00 cada miniatura.
O número de diferentes maneiras desse colecionador efetuar a compra das miniaturas, gastando todo o seu dinheiro, é

- a) 21 b) 15 c) 42 d) 90

Solução:

Como ele deve gastar todo o dinheiro ele só poderá fazer das seguintes maneiras:

Caso 1: Comprando: 1 miniatura de carro + 1 miniatura de livro;

$$1 \text{ miniatura de carro: } C_{5,1} = \frac{5!}{4!1!} \Rightarrow C_{5,1} = 5$$

$$1 \text{ miniatura de livro: } C_{3,1} = \frac{3!}{2!1!} \Rightarrow C_{3,1} = 3$$

Caso 2: Comprando: 1 miniatura de bicho + 2 miniaturas de livros;

$$1 \text{ miniatura de bicho: } C_{2,1} = \frac{2!}{2!1!} \Rightarrow C_{2,1} = 2$$

$$1 \text{ miniatura de livro: } C_{3,1} = \frac{3!}{2!1!} \Rightarrow C_{3,1} = 3$$

Somando as possibilidades de compra (caso 1 + caso 2):

$$T = 5 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \Rightarrow T = 21$$

Opção A

Questão 32

Considere que

I) em uma urna encontram-se **p** bolas vermelhas e **q** bolas azuis;

II) duas bolas são retiradas dessa urna, sucessivamente e com reposição.

Sabe-se que **x** é a variável que indica o número de bolas azuis observadas com as retiradas, cuja distribuição de probabilidade está de acordo com a tabela a seguir.

x	0	1	2
P(x)	0,36	0,48	0,16

Nessas condições, é correto afirmar que

a) a probabilidade de se observar no máximo uma bola azul é 64%

b) se $p = 18$, então $q = 12$

c) se $p = 6$, então $q = 9$

d) $p + q$ é necessariamente menor ou igual a 100

Solução:

Sendo A as bolas azuis e V as bolas vermelhas, as possibilidades de saída da urna são:

A	A	0,36
A	V	0,48
V	A	
V	V	0,16

A probabilidade de saírem duas bolas azuis é:

Curso Mentor

$$P_q = \frac{q}{p+q} \cdot \frac{q}{p+q} \Rightarrow P_q = \frac{q^2}{(p+q)^2} \Rightarrow \frac{q^2}{(p+q)^2} = 0,36 \Rightarrow q = (p+q) \cdot 0,6$$

A probabilidade de saírem duas bolas vermelhas é:

$$P_p = \frac{p}{p+q} \cdot \frac{p}{p+q} \Rightarrow P_p = \frac{p^2}{(p+q)^2} \Rightarrow \frac{p^2}{(p+q)^2} = 0,16 \Rightarrow p = (p+q) \cdot 0,4$$

Dividindo uma equação pela outra:

$$q = 0,6p + 0,6q \Rightarrow q = \frac{3p}{2}$$

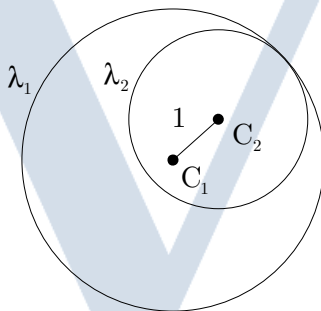
Analisando as opções:

- a) **Falsa.** É 48%. Basta olhar a tabela.
- b) **Falsa.** Se $p = 18$, $q = 27$.
- c) **Verdadeira.** Se $p = 6$, $q = 9$.
- d) **Falsa.**

Opção C

Questão 33

As circunferências λ_1 e λ_2 da figura abaixo são tangentes interiores e a distância entre os centros C_1 e C_2 é igual a 1 cm



Se a área sombreada é igual à área não sombreada na figura, é correto afirmar que o raio de λ_2 , em cm, é um número do intervalo

- a) $\left] 2, \frac{11}{5} \right[$
- b) $\left] \frac{5}{2}, \frac{13}{5} \right[$
- c) $\left] \frac{11}{5}, \frac{23}{10} \right[$
- d) $\left] \frac{23}{10}, \frac{5}{2} \right[$

Solução:

Seja R_1 o raio da circunferência λ_1 e R_2 o raio da circunferência λ_2 . Temos então que:

$$R_1 - R_2 = 1$$

Do enunciado:

$$\pi(R_1)^2 - \pi(R_2)^2 = \pi(R_2)^2$$

Então

$$(R_1)^2 = 2(R_2)^2$$

$$R_1 = \sqrt{2} \cdot R_2$$

Substituindo uma equação na outra:

$$\sqrt{2} \cdot R_2 - R_2 = 1 \Rightarrow R_2 = \frac{1}{\sqrt{2}-1} \Rightarrow R_2 \cong \frac{1}{0,4}$$

Opção D

Curso Mentor

Questão 34

Considere as funções reais f e g tal que $f(x) = x^2 + 1$ e que existe a composta de g com f dada por $(g \circ f)(x) = \sqrt{(x^2 + 1)^2}$. Sobre a função g , é **INCORRETO** afirmar que ela é

- a) sobrejetora.
- b) tal que $g(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$
- c) par.
- d) crescente se $x \in [1, +\infty[$

Solução:

Não conhecemos a função $g(x)$, mas temos que:

$$g(f(x)) = \sqrt{(x^2 + 1)^2}$$

Ou seja,

$$g(x^2 + 1) = \sqrt{(x^2 + 1)^2}$$

Fazendo $x^2 + 1 = M$, teremos

$$g(M) = \sqrt{M^2} \Rightarrow g(M) = |M| \Rightarrow g(x) = |x|$$

Repare que conhecemos a função $g(x)$, mas nada podemos afirmar sobre ela com relação a domínio e imagem. Considerando uma função $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ teremos que a opção correta seria a “A”. Uma vez que esta função não é sobrejetora. Uma função sobrejetora é aquela que obedece o seguinte:

$$x_1 \neq x_2 \Leftrightarrow g(x_1) \neq g(x_2)$$

Sem Opção

Questão 35

Sobre o polinômio $A(x)$, expresso pelo determinante da matriz $\begin{bmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ 1 & x & x \end{bmatrix}$, é

INCORRETO afirmar que

- a) não possui raízes imaginárias.
- b) a soma de suas raízes é igual a uma de suas raízes.
- c) é divisível por $P(x) = x + 2$
- d) não possui raízes comuns com $B(x) = x^2 - 1$

Solução:

Calculando o determinante encontramos:

$$\det \begin{bmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ 1 & x & x \end{bmatrix} = x^3 + x - 2 - x + 2x^2 - x$$

Portanto

$$A(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$$

Por observação vemos que **1 é raiz do polinômio**, pois $A(1) = 0$. Então, efetuando a divisão de $A(x)$ por $x - 1$ teremos:

Curso Mentor

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 2x^2 - x - 2 & x - 1 \\ \hline -x^3 + x^2 & x^2 + 3x + 2 \\ \hline 3x^2 - x - 2 & \\ \hline -3x^2 + 3x & \\ \hline 2x - 2 & \\ \hline -2x + 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Podemos então reescrever $A(x)$:

$$A(x) = (x^2 + 3x + 2)(x - 1)$$

A parcela $x^2 + 3x + 2$ pode ainda ser escrita como (basta calcular suas raízes):

$$x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$$

Então

$$A(x) = (x - 1)(x + 1)(x + 2)$$

Agora analisando cada item vemos que a única afirmativa falsa é a **D**, pois $B(x)$ possui raízes $x = \pm 1$.

Opção D

Questão 36

Um quadrado de 9 cm^2 de área tem vértices consecutivos sobre a bissetriz dos quadrantes pares do plano cartesiano. Se os demais vértices estão sobre a reta r , que não possui pontos do 3º quadrante, é **INCORRETO** afirmar que a reta r

- a) possui o ponto $P(-\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$
- b) pode ser escrita na forma segmentária.
- c) tem coeficiente linear igual a $3\sqrt{2}$
- d) é perpendicular à reta de equação $2x - 2y = 0$

Questão 37

Considere o conjunto $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e a função $f: A \rightarrow A$ tal que $f(3) = 1$ e $f(x) = x + 1$, se $x \neq 3$

A soma dos valores de x para os quais $(f \circ f \circ f)(x) = 3$ é

- a) 2
- b) 4
- c) 3
- d) 5

Solução:

O domínio de f só possui 4 valores, podemos então verificar quais as imagens da função composta para estes valores:

1) $x = 0$

$$f(f(f(0))) = f(f(1)) = f(2) = 3$$

2) $x = 1$

$$f(f(f(1))) = f(f(2)) = f(3) = 1$$

3) $x = 2$

$$f(f(f(2))) = f(f(3)) = f(1) = 2$$

4) $x = 3$

$$f(f(f(3))) = f(f(1)) = f(2) = 3$$

Curso Mentor

Então só há dois valores para os quais $(\text{fofof})(x) = 3$. Estes valores são 0 e 3, cuja soma é 3.

Opção C

Questão 38

Três amigos Samuel, Vitória e Júlia, foram a uma lanchonete.

- Samuel tomou 1 guaraná, comeu 2 esfirras e pagou 5 reais.
- Vitória tomou 2 guaranás, comeu 1 esfirra e pagou 4 reais.
- Júlia tomou 2 guaranás, comeu 2 esfirras e pagou k reais.

Considerando-se que cada um dos três pagou o valor exato do que consumiu, é correto afirmar que

- a) o guaraná custou o dobro da esfirra.
- b) cada esfirra custou 2 reais.
- c) os três amigos juntos, consumiram 16 reais.
- d) Júlia pagou 8 reais pelo que consumiu.

Solução:

Seja g o preço de um guaraná e e o preço de uma esfirra. De acordo com o enunciado temos:

$$\begin{cases} g + 2e = 5 \\ 2g + e = 4 \\ 2g + 2e = k \end{cases}$$

Da primeira equação temos:

$$g = 5 - 2e$$

Logo, substituindo na segunda:

$$\begin{aligned} 2(5 - 2e) + e &= 4 \\ 10 - 4e + e &= 4 \Rightarrow -3e = -6 \Rightarrow e = 2 \end{aligned}$$

Calculando g :

$$g = 5 - 2 \cdot 2 \Rightarrow g = 1$$

Finalmente, calculando k :

$$2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 = k \Rightarrow k = 6$$

Opção B

Questão 39

Sendo $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & a \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 & b \\ -1 & 0 & 2 & c \end{vmatrix} = 70$, o valor de $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & a \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 3 & b \\ 7 & -1 & 0 & b+3c \end{vmatrix}$ é

a) -210 b) 0 c) -70 d) 280

Solução:

Usando a regra de Laplace vamos calcular o determinante:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & a \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 & b \\ -1 & 0 & 2 & c \end{vmatrix} = 70 \Rightarrow 2 \cdot (-1)^{2+3} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 & a \\ 3 & -1 & b \\ -1 & 0 & c \end{vmatrix} = 70$$

Curso Mentor

$$-2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 & a \\ 3 & -1 & b \\ -1 & 0 & c \end{vmatrix} = 70 \Rightarrow -2c - 3b - a - 9c = \frac{70}{-2}$$

$$a + 3b + 11c = \frac{70}{2}$$

Calculando o outro determinante

$$\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & a \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 3 & b \\ 7 & -1 & 0 & b+3c \end{vmatrix} = 2(-1)^{2+1} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 & a \\ -1 & 3 & b \\ -1 & 0 & b+3c \end{vmatrix} = -2 \cdot [9(b+3c) - 2b + 3a + 2(b+3c)]$$
$$= -2 \cdot [9b + 27c - 2b + 3a + 2b + 6c] = -2(3a + 9b + 33c) = -2 \cdot 3 \cdot \underbrace{(a + 3b + 11c)}_{\frac{70}{2}}$$

O resultado é, portanto, -210 .

Opção A

Questão 40

O período da função real f definida por $f(x) = \frac{\sin 3x + \sin x}{\cos 3x + \cos x}$ é igual a

- a) 2π b) $\frac{\pi}{2}$ c) $\frac{\pi}{4}$ d) π

Solução:

Podemos nesta questão usar a transformação da soma em produto:

$$\sin p + \sin q = 2 \left[\sin \left(\frac{p+q}{2} \right) \cos \left(\frac{p-q}{2} \right) \right]$$

E

$$\cos p + \cos q = 2 \left[\cos \left(\frac{p+q}{2} \right) \cos \left(\frac{p-q}{2} \right) \right]$$

Então:

$$f(x) = \frac{\sin 3x + \sin x}{\cos 3x + \cos x} \Rightarrow f(x) = \frac{2 \cdot \sin \left(\frac{3x+x}{2} \right) \cos \left(\frac{3x-x}{2} \right)}{2 \cdot \cos \left(\frac{3x+x}{2} \right) \cos \left(\frac{3x-x}{2} \right)} \Rightarrow f(x) = \frac{2 \cdot \sin(2x) \cos(x)}{2 \cdot \cos(2x) \cos(x)}$$

$$f(x) = \operatorname{tg}(2x)$$

Quando multiplicamos o argumento de uma função trigonométrica por 2 seu período cai a metade. Sabemos que o período de $\operatorname{tg} x$ é π , logo $f(x)$ tem período $\frac{\pi}{2}$.

Opção B