Curso Mentor

Soluções das Questões de Matemática do Concurso de Admissão ao Curso de Formação de Oficiais da Academia da Força Aérea – AFA

Concurso 2010/2011

Questão 21

Considere a função quadrática $f : A \to B$ de raízes $x_1 = 1$ ou $x_2 = 3$, cujas coordenadas do vértice são iguais. Se $f(x) \geq 0, \forall x \in A$ e **f** é função crescente $\forall x \in [p, q]$, então $(q - p)$ é igual a

a) 3 b) 2 c) 1 d) 4

Solução:
Como a função f é quadrática de raízes 1 e 3, podemos escrevê-la da seguinte forma:

$$f(x) = a(x-1)(x-3)$$

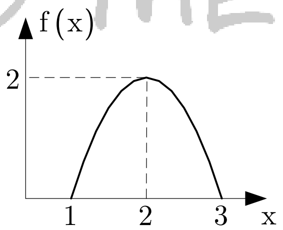
O que nos dá:

$$f(x) = ax^2 - 4ax + 3a$$

Em uma parábola do tipo $f(x) = Ax^2 + Bx + C$, calculando o x do vértice teremos:

$$x_v = \frac{-B}{2A} \Rightarrow x_v = \frac{-(-4a)}{2a} \Rightarrow x_v = 2$$

Portanto as coordenadas do vértice são $(2, 2)$. Como a parábola é sempre positiva temos que **a** é negativo e a mesma só existe entre as raízes. Veja graficamente:



Notamos que a função é crescente de $x = 1$ a $x = 2$, logo $(q - p) = 1$.

Opção C

Questão 22

Classifique em **(V)** verdadeiro ou **(F)** falso cada item abaixo, onde $a \in \mathbb{R}$

I) $\dfrac{x^2 - a^2}{x - a} = x + a \ \forall x \in \mathbb{R}$

II) se $\dfrac{1}{x} < \dfrac{1}{a}$ e $a > 0$, então $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 0 \text{ ou } x > a\}$

III) se $a > 0$ e $|x| < a$, então $x^2 - a^2 < 0$

Tem-se a sequência correta em

a) F-V-F b) F-V-V c) V-F-V d) F-F-V

Solução:

Analisando cada uma das assertivas:

I) **Falsa.** Basta um contra-exemplo. Se $x = a$, teremos $\frac{0}{0}$ que é uma indeterminação.

II) **Verdadeira**. Veja que só há dois casos possíveis, se $a > 0$:

a) x é **positivo**:

$$\frac{1}{x} < \frac{1}{a} \Rightarrow x > a$$

b) x é **negativo**:

$$\frac{1}{x} < \frac{1}{a}, \ \forall x \in \mathbb{R}_-^*$$

III) **Verdadeira**. Partindo da expressão

$$x^2 - a^2 < 0$$

Temos:

$$x^2 < a^2$$
$$|x| < |a|$$

Com **a** maior do que zero podemos desconsiderar o módulo:

$$|x| < a$$

Opção B

Questão 23

Um médico, apreciador de logaritmos, prescreveu um medicamento a um de seus pacientes, também apreciador de logaritmo, conforme a seguir.

*Tomar **x** gotas do medicamento α de 8 em 8 horas. A quantidade de gotas **y** diária deverá ser calculada pela fórmula* $\log_8 y = \log_2 6$

Considerando $\log = \frac{3}{10}$ e $\log 3 = 0,48$, é correto afirmar que $\log_2 x$ é um número do intervalo

a) $[6,7[$ b) $[4,5[$ c) $[5,6[$ d) $[3,4[$

Solução:

Da fórmula dada pelo médico podemos escrever:

$$y = 8^{\log_2 6}$$

Sabemos que $a^{\log_a b} = b$, então:

$$y = \left(2^3\right)^{\log_2 6} \Rightarrow y = 2^{3\log_2 6} \Rightarrow y = 2^{\log_2 6^3}$$
$$y = 216$$

Como são **216 gotas** em **24 horas**, serão **72 gotas** a cada **8 horas.** Assim x vale 72. Agora calculamos:

$$\log_2 72 = \log_2 9 \cdot 8$$

Usando a mudança de base:

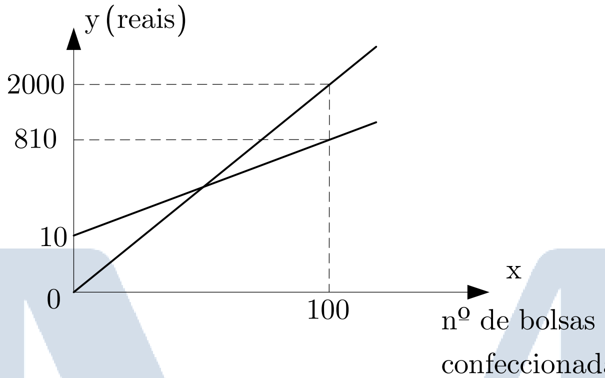
$$\frac{\log 9 \cdot 8}{\log 2} = \frac{\log 9 + \log 8}{\log 2} = \frac{\log 3^2 + \log 2^2}{\log 2} = \frac{2 \cdot 0,48 + 2 \cdot 0,3}{0,3}$$

$$\frac{0,96+0,6}{0,3}=\frac{1,56}{0,3}=5,2$$

Opção C

Questão 24

Luiza possui uma pequena confecção artesanal de bolsas. No gráfico abaixo, a reta **c** representa o custo total mensal com a confecção de **x** bolsas e a reta **f** representa o faturamento mensal de Luiza com a confecção de x bolsas.



Com base nos dados acima, é correto afirmar que Luiza obtém lucro se, e somente se, vender

a) no mínimo 2 bolsas
b) exatamente 3 bolsas
c) pelo menos 1 bolsa
d) no mínimo 4 bolsas

Solução:

Para funções do 1º grau do tipo $f(x)=ax+b$, o valor do coeficiente angular **a**, pode ser calculado pela expressão:

$$a=\frac{y-y_0}{x-x_0}$$

Onde (x,y) e (x_0,y_0) são pontos distintos quaisquer das retas. Deve-se lembrar que o coeficiente linear **b**, é o ponto onde a reta corta o eixo y. A partir disso, temos as funções:

$$f(x)=\underbrace{\left(\frac{2000-0}{100-0}\right)}_{a}\cdot x+0$$

$$g(x)=\underbrace{\left(\frac{810-10}{100-0}\right)}_{a}\cdot x+10$$

Como queremos que o faturamento seja maior do que o custo:

$$f(x)>g(x)$$
$$20x>8x+10$$
$$12x>10$$
$$x>\frac{5}{6}$$

Portanto, basta vender uma única bolsa e essa condição já será atendida.

Opção C

Questão 25

Uma vinícola armazena o vinho produzido em um tanque cilíndrico (reto) com sua capacidade máxima ocupada. Esse vinho será distribuído igualmente em barris idênticos também cilíndricos (retos) e vendidos para vários mercados de uma cidade.

Sabe-se que cada mercado receberá 2 barris de vinho, com altura igual a $\frac{1}{5}$ da altura do tanque e com diâmetro da base igual a $\frac{1}{4}$ do diâmetro da base do tanque. Nessas condições, a quantidade **x** de mercados que receberão os barris (com sua capacidade máxima ocupada) é tal que **x** pertence ao intervalo

a) $0 < x < 20$ b) $20 \leq x < 40$ c) $60 \leq x < 80$ d) $40 \leq x < 60$

Solução:
O volume de um cilindro reto pode ser calculado pela expressão:

$$V = \pi r^2 h \Rightarrow V = \pi \frac{D^2}{4} h$$

Onde **D** é o diâmetro da base.
Seja, então, **V** o volume do tanque de vinho e **v** o volume de **cada barril**. Cada mercado receberá 2v. Calculando v:

$$v = \pi \frac{\left(\frac{D}{4}\right)^2}{4} \frac{h}{5} \Rightarrow v = \frac{1}{80} \pi \frac{D^2}{4} h$$

Então 2v:

$$2v = \frac{1}{40} V$$

Assim, cada mercado receberá $\frac{1}{40}$ do total do tanque, logo 40 mercados receberão o vinho.

Opção D

Questão 26

Se $\alpha = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$, então

a) α pode ser escrito na forma $\alpha = 2k,\ k \in \mathbb{Z}$

b) $\alpha \in (\mathbb{R} - \mathbb{N})$

c) $\alpha \in [(\mathbb{Q} - \mathbb{Z}) \cup (\mathbb{R} - \mathbb{Q})]$

d) $[(\mathbb{Z} \cap \mathbb{Q}) \cap (\mathbb{R} - \mathbb{N})] \supset \alpha$

Solução:
Calculando α:

$$\alpha = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$$

$$\alpha = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(2)^2 - \left(\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$\alpha = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{4-2-\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = \sqrt{2} \cdot \sqrt{(2)^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2}$$

$$\alpha = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \Rightarrow \alpha = 2$$

Assim α é par e pode ser escrito na forma 2k.

Opção A

Questão 27

De um dos lados de uma avenida retilínea, estão dispostos alguns postes nos pontos P_1, P_2, ..., P_i, $i \in \mathbb{N}$

Do outro lado dessa mesma avenida estão dispostas algumas árvores nos pontos A_1, A_2, ..., A_j, $j \in \mathbb{N}$ Sabe-se que:

- $\overline{P_1P_2} = 3$ dam
- $\overline{P_1P_i} = 63$ dam
- $\left(\overline{P_1P_2}, \overline{P_2P_3}, \ldots\right)$ é uma progressão aritmética finita de razão 3
- $\overline{A_1A_j} = \overline{P_1P_i}$
- $\left(\overline{A_1A_2}, \overline{A_2A_3}, \ldots\right)$ é uma progressão geométrica finita de razão 2
- $i = j$

Com base nessas informações, é correto afirmar que a maior distância entre duas árvores consecutivas é, em dam, igual a

a) 63 b) 16 c) 18 d) 32

Solução:

Como $\left(\overline{P_1P_2}, \overline{P_2P_3}, \ldots\right)$ é uma P.A. de razão 3: $\left(3, 6, 9, \ldots, \overline{P_{i-1}P_i}\right)$. A distância do poste 1 até o poste i será dada pela soma dos termos desta P.A. Calculando a soma teremos:

$$S_n = \frac{\left(3 + \overline{P_{i-1}P_i}\right) \cdot n}{2} \Rightarrow \frac{\left(3 + \overline{P_{i-1}P_i}\right) \cdot n}{2} = 63$$

Escrevendo o último termo em função do primeiro:

$$\overline{P_{i-1}P_i} = 3 + (n-1) \cdot 3 \Rightarrow \overline{P_{i-1}P_i} = 3n$$

Substituindo na expressão da soma:

$$(3 + 3n)n = 126 \Rightarrow 3n^2 + 3n - 126 = 0$$

$$n^2 + n - 42 = 0$$

$$n = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-42)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow \begin{cases} n_1 = \dfrac{-1 + \sqrt{169}}{2} \Rightarrow n_1 = \dfrac{-1 + 13}{2} \Rightarrow n_1 = 6 \\ n_2 = \dfrac{-1 - \sqrt{169}}{2} \Rightarrow n_1 = \dfrac{-1 - 13}{2} \Rightarrow n_2 = -7 \end{cases}$$

O último termo então fica

$$\overline{P_{i-1}P_i} = 3n \Rightarrow \overline{P_{i-1}P_i} = 18$$

A P.A. é $(3, 6, 9, 12, 15, 18)$, havendo, portanto, 7 postes. O que nos dá $i = 7$.

Sabemos que $\left(\overline{A_1A_2}, \overline{A_2A_3}, \ldots\right)$ é uma P.G. de razão 2: $(d, 2d, 4d, \ldots, 32d)$, onde **d** é a distância entre a primeira e a segunda árvore.

A distância da árvore 1 até a árvore j será dada pela soma dos termos desta P.G. Calculando a soma teremos:

$$S = \frac{d\left(1 - 2^6\right)}{1 - 2} \Rightarrow \frac{d\left(1 - 2^6\right)}{1 - 2} = 63 \Rightarrow d = 1$$

Podemos escrever a P.G.:

$$(1, 2, 4, 8, 16, 32)$$

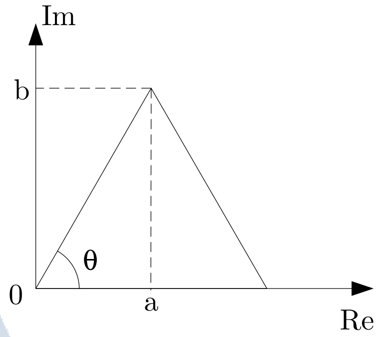
Como prova real: teremos, então, para $\overline{A_{j-1}A_j}$:

$$\overline{A_{j-1}A_j} = 32 \cdot 1 \Rightarrow \overline{A_{j-1}A_j} = 32$$

Opção D

Questão 28

O número complexo $z = a + bi$ é vértice de um triângulo equilátero, como mostra a figura abaixo.



É correto afirmar que o conjugado de z^2 tem afixo que pertence ao

a) 3º quadrante. b) 2º quadrante. c) 1º quadrante. d) 4º quadrante.

Solução 1:

Como o triângulo é equilátero temos $\theta = 60°$. Assim z pode ser escrito na forma trigonométrica como sendo:

$$z = \sqrt{a^2 + b^2}\left(\cos(60°) + i\operatorname{sen}(60°)\right)$$

Usando a fórmula de Moivre:

$$z^2 = \left(\sqrt{a^2 + b^2}\right)^2\left(\cos(2 \cdot 60°) + i\operatorname{sen}(2 \cdot 60°)\right)$$

O conjugado então seria:

$$\left(\overline{z}\right)^2 = \left(\sqrt{a^2 + (-b)^2}\right)^2\left(\cos(2 \cdot 60°) - i\operatorname{sen}(2 \cdot 60°)\right)$$

Usando a seguinte relação trigonométrica:

$$\operatorname{sen}(-x) = -\operatorname{sen}(x)$$

Teremos:

$$\left(\overline{z}\right)^2 = \left(\sqrt{a^2 + (-b)^2}\right)^2\left(\cos(120°) + i\operatorname{sen}(-120°)\right)$$

Usando a relação:

$$\cos(-x) = \cos(x)$$

Teremos:

$$\left(\overline{z}\right)^2 = \left(\sqrt{a^2 + (-b)^2}\right)^2\left(\cos(-120°) + i\operatorname{sen}(-120°)\right)$$

Mas,

$$-120° = 240°$$

Daí:

$$\left(\overline{z}\right)^2 = \left(\sqrt{a^2 + (-b)^2}\right)^2\left(\cos(240°) + i\operatorname{sen}(240°)\right)$$

Portanto, afixo está no 3º quadrante.

Solução 2:

Todo número complexo pode ser escrito na forma:

$$z = |z| \cdot e^{i\theta}$$

Onde θ é o argumento do número complexo. No nosso caso:

$$z = \left(\sqrt{a^2 + b^2}\right) e^{i60°}$$

Elevando ao quadrado:

$$z = \left(\sqrt{a^2 + b^2}\right)^2 e^{i120°}$$

O conjugado de $z = |z| \cdot e^{i\theta}$ é dado pela expressão:

$$z = |z| \cdot e^{-i\theta}$$

Então:

$$z = \left(\sqrt{a^2 + b^2}\right)^2 e^{-i120°}$$

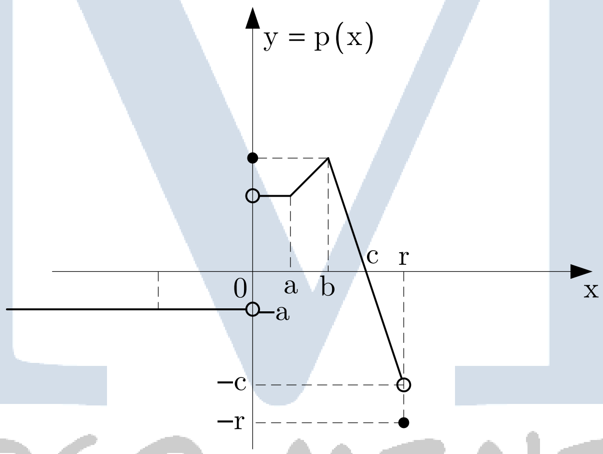
Portanto:

$$z = \left(\sqrt{a^2 + b^2}\right)^2 e^{i240°}$$

Opção A

Questão 29

Considere o gráfico da função real $p : A \to B$



Analise as alternativas abaixo e, a seguir, marque a **FALSA**.

a) $p(x) \leq 0 \Leftrightarrow \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0 \text{ ou } c \leq x \leq r\}$

b) Existe um único $x \in A$ tal que $p(x) = c$

c) $p(p(p(p(p(r))))) = p(p(p(p(r))))$

d) $\text{Im}(p) = \{-r\} \cup]-c, c]$

Solução:

Vamos analisar cada alternativa:

a) **Verdadeira.** O gráfico está abaixo do eixo das abscissas para valores de x tais que $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 0 \text{ ou } c \leq x \leq r\}$;

b) **Falsa.** Para dois valores de x temos ordenada igual a c: $(0, c)$ e (b, c).

c) **Verdadeira.** Basta calcular a composição a partir do gráfico dado:

$$p(p(p(p(p(r))))) = p(p(p(p(r))))$$

$$p\left(p\left(p\left(p\left(-r\right)\right)\right)\right) = p\left(p\left(p\left(-r\right)\right)\right)$$
$$p\left(p\left(p\left(-a\right)\right)\right) = p\left(p\left(-a\right)\right)$$
$$p\left(p\left(-a\right)\right) = p\left(p\left(-a\right)\right)$$

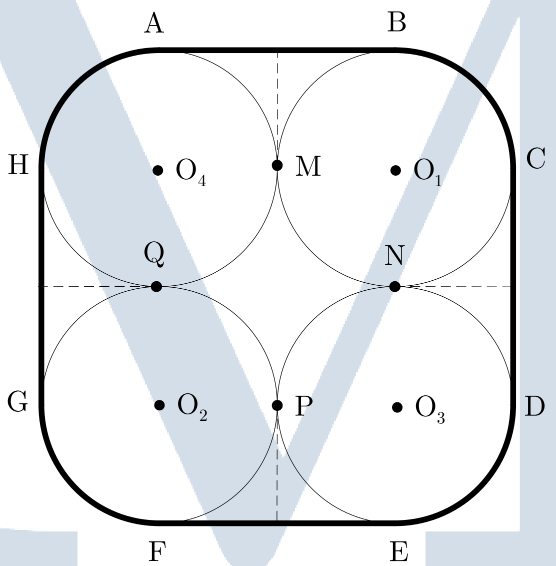
d) **Verdadeira.** Basta projetar o gráfico sobre o eixo das ordenadas e teremos a imagem de p como sendo:

$$\text{Im}(p) = \{-r\} \cup]-c, c]$$

Opção D

Questão 30

Na figura abaixo têm-se quatro círculos congruentes de centros O_1, O_2, O_3 e O_4 e de raio igual a 10 cm. Os pontos M, N, P e Q são pontos de tangência entre os círculos e A, B, C, D, E, F, G, H são pontos de tangência entre os círculos e a correia que os contorna.



Sabendo-se que essa correia é inextensível, seu perímetro, em cm, é igual a

a) $2(\pi + 40)$ b) $5(\pi + 16)$ c) $5(\pi + 8)$ d) $20(\pi + 4)$

Solução:

É fácil perceber que:

$$AB = CD = EF = GH = 2R = 20 \text{ cm}$$

Com relação aos arcos

$$BC + DE + FG + HA = 2\pi r = 20\pi \text{ cm}$$

Logo o perímetro será:

$$2p = 4 \cdot 20 + 20\pi \Rightarrow 2p = 20(\pi + 4) \text{ cm}$$

Opção D

Questão 31

Um colecionador deixou sua casa provido de R$ 5,00, disposto a gastar tudo na loja de miniaturas da esquina. O vendedor lhe mostrou três opções que havia na loja, conforme a seguir.

5 diferentes miniaturas de carros, custando R$ 4,00 cada miniatura;

3 diferentes miniaturas de livros, custando R$ 1,00 cada miniatura;
2 diferentes miniaturas de bichos, custando R$ 3,00 cada miniatura.
O número de diferentes maneiras desse colecionador efetuar a compra das miniaturas, gastando todo o seu dinheiro, é

a) 21 b) 15 c) 42 d) 90

Solução:
Como ele deve gastar todo o dinheiro ele só poderá fazer das seguintes maneiras:
Caso 1: Comprando: 1 miniatura de carro + 1 miniatura de livro;

1 miniatura de carro: $C_{5,1} = \frac{5!}{4!1!} \Rightarrow C_{5,1} = 5$

1 miniatura de livro: $C_{3,1} = \frac{3!}{2!1!} \Rightarrow C_{3,1} = 3$

Caso 2: Comprando: 1 miniatura de bicho + 2 miniaturas de livros;

1 miniatura de bicho: $C_{2,1} = \frac{2!}{2!1!} \Rightarrow C_{2,1} = 2$

1 miniatura de livro: $C_{3,1} = \frac{3!}{2!1!} \Rightarrow C_{3,1} = 3$

Somando as possibilidades de compra (caso 1 + caso 2):

$$T = 5 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \Rightarrow T = 21$$

Opção A

Questão 32

Considere que
I) em uma urna encontram-se **p** bolas vermelhas e **q** bolas azuis;
II) duas bolas são retiradas dessa urna, sucessivamente e com reposição.
Sabe-se que **x** é a variável que indica o número de bolas azuis observadas com as retiradas, cuja distribuição de probabilidade está de acordo com a tabela a seguir.

x	0	1	2
P(x)	0,36	0,48	0,16

Nessas condições, é correto afirmar que
a) a probabilidade de se observar no máximo uma bola azul é 64%
b) se $p = 18$, então $q = 12$
c) se $p = 6$, então $q = 9$
d) $p + q$ é necessariamente menor ou igual a 100

Solução:
Sendo A as bolas azuis e V as bolas vermelhas, as possibilidades de saída da urna são:

A	A	0,36
A	V	0,48
V	A	
V	V	0,16

A probabilidade de saírem duas bolas azuis é:

$$P_q = \frac{q}{p+q}\cdot\frac{q}{p+q} \Rightarrow P_q = \frac{q^2}{(p+q)^2} \Rightarrow \frac{q^2}{(p+q)^2} = 0,36 \Rightarrow q = (p+q)\cdot 0,6$$

A probabilidade de saírem duas bolas vermelhas é:

$$P_p = \frac{p}{p+q}\cdot\frac{p}{p+q} \Rightarrow P_p = \frac{p^2}{(p+q)^2} \Rightarrow \frac{p^2}{(p+q)^2} = 0,16 \Rightarrow p = (p+q)\cdot 0,4$$

Dividindo uma equação pela outra:

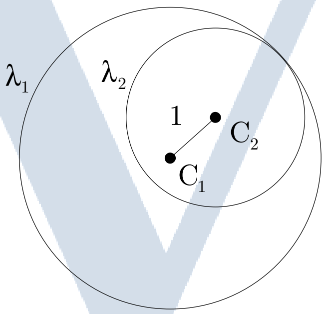
$$q = 0,6p + 0,6q \Rightarrow q = \frac{3p}{2}$$

Analisando as opções:
a) **Falsa.** É 48%. Basta olhar a tabela.
b) **Falsa.** Se $p = 18$, $q = 27$.
c) **Verdadeira.** Se $p = 6$, $q = 9$.
d) **Falsa.**

Opção C

Questão 33

As circunferências λ_1 e λ_2 da figura abaixo são tangentes interiores e a distância entre os centros C_1 e C_2 é igual a 1 cm



Se a área sombreada é igual à área não sombreada na figura, é correto afirmar que o raio de λ_2, em cm, é um número do intervalo

a) $\left]2, \frac{11}{5}\right[$ b) $\left]\frac{5}{2}, \frac{13}{5}\right[$ c) $\left]\frac{11}{5}, \frac{23}{10}\right[$ d) $\left]\frac{23}{10}, \frac{5}{2}\right[$

Solução:
Seja R_1 o raio da circunferência λ_1 e R_2 o raio da circunferência λ_2. Temos então que:

$$R_1 - R_2 = 1$$

Do enunciado:

$$\pi(R_1)^2 - \pi(R_2)^2 = \pi(R_2)^2$$

Então

$$(R_1)^2 = 2(R_2)^2$$
$$R_1 = \sqrt{2}\cdot R_2$$

Substituindo uma equação na outra:

$$\sqrt{2}\cdot R_2 - R_2 = 1 \Rightarrow R_2 = \frac{1}{\sqrt{2}-1} \Rightarrow R_2 \cong \frac{1}{0,4}$$

Opção D

Questão 34

Considere as funções reais **f** e **g** tal que $f(x) = x^2 + 1$ e que existe a composta de **g** com **f** dada por $(gof)(x) = \sqrt{(x^2+1)^2}$. Sobre a função **g**, é **INCORRETO** afirmar que ela é

a) sobrejetora.
b) tal que $g(x) \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$
c) par.
d) crescente se $x \in [1, +\infty[$

Solução:
Não conhecemos a função $g(x)$, mas temos que:

$$g(f(x)) = \sqrt{(x^2+1)^2}$$

Ou seja,

$$g(x^2+1) = \sqrt{(x^2+1)^2}$$

Fazendo $x^2 + 1 = M$, teremos

$$g(M) = \sqrt{(M)^2} \Rightarrow g(M) = |M| \Rightarrow g(x) = |x|$$

Repare que conhecemos a função $g(x)$, mas nada podemos afirmar sobre ela com relação a domínio e imagem. Considerando uma função $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ teremos que a opção correta seria a "A". Uma vez que esta função não é sobrejetora. Uma função sobrejetora é aquela que obedece o seguinte:

$$x_1 \neq x_2 \Leftrightarrow g(x_1) \neq g(x_2)$$

Sem Opção

Questão 35

Sobre o polinômio $A(x)$, expresso pelo determinante da matriz $\begin{bmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ 1 & x & x \end{bmatrix}$, é **INCORRETO** afirmar que

a) não possui raízes imaginárias.
b) a soma de suas raízes é igual a uma de suas raízes.
c) é divisível por $P(x) = x + 2$
d) não possui raízes comuns com $B(x) = x^2 - 1$

Solução:
Calculando o determinante encontramos:

$$\det\left(\begin{bmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ 1 & x & x \end{bmatrix}\right) = x^3 + x - 2 - x + 2x^2 - x$$

Portanto

$$A(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$$

Por observação vemos que **1 é raiz do polinômio**, pois $A(1) = 0$. Então, efetuando a divisão de $A(x)$ por $x - 1$ teremos:

$$
\begin{array}{r|l}
x^3+2x^2-x-2 & x-1 \\ \cline{2-2}
-x^3+x^2 & x^2+3x+2 \\ \cline{1-1}
3x^2-x-2 & \\
-3x^2+3x & \\ \cline{1-1}
2x-2 & \\
-2x+2 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

Podemos então reescrever $A(x)$:

$$A(x)=(x^2+3x+2)(x-1)$$

A parcela x^2+3x+2 pode ainda ser escrita como (basta calcular suas raízes):

$$x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$$

Então

$$A(x)=(x-1)(x+1)(x+2)$$

Agora analisando cada item vemos que a única afirmativa falsa é a **D**, pois $B(x)$ possui raízes $x=\pm 1$.

Opção D

Questão 36

Um quadrado de 9 cm^2 de área tem vértices consecutivos sobre a bissetriz dos quadrantes pares do plano cartesiano. Se os demais vértices estão sobre a reta **r**, que não possui pontos do 3º quadrante, é **INCORRETO** afirmar que a reta **r**

a) possui o ponto $P\left(-\sqrt{2},2\sqrt{2}\right)$

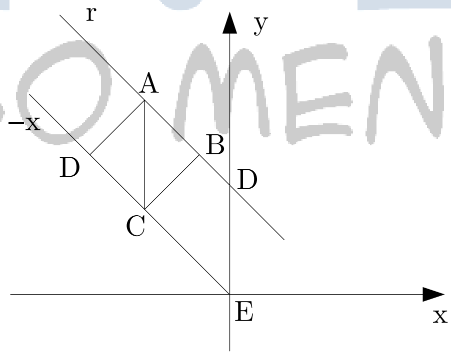
b) pode ser escrita na forma segmentária.

c) tem coeficiente linear igual a $3\sqrt{2}$

d) é perpendicular à reta de equação $2x-2y=0$

Solução:

Fazendo a figura descrita no enunciado teremos:



Como ABCD é quadrado e sua área é 9 cm^2, podemos calcular o lado:

$$l^2=9\Rightarrow l=3\text{ cm}$$

Analisando a figura, vemos que ACDE é um paralelogramo e AC é diagonal do quadrado:

$$AC=l\sqrt{2}\Rightarrow AC=3\sqrt{2}\text{ cm}$$

Como $DE=AC$, o ponto E tem coordenadas $\left(0,3\sqrt{2}\right)$, que nos dá, a princípio, para a reta r:

$$y = ax + 3\sqrt{2}$$

Como r é paralela à bissetriz dos quadrantes pares, seu coeficiente angular será igual ao da bissetriz:

$$y = -x + 3\sqrt{2}$$

Analisando as opções:

a) **Falsa.** Para $x = -\sqrt{2}$ teremos:

$$y = -\left(-\sqrt{2}\right) + 3\sqrt{2} \Rightarrow y = 4\sqrt{2}$$

b) **Verdadeira.** A forma segmentária* da equação é:

$$\frac{y}{3\sqrt{2}} + \frac{x}{3\sqrt{2}} = 1$$

*A forma segmentária de uma reta é da forma $\frac{y}{a} + \frac{x}{b} = 1$, onde a e b são as coordenadas de interseção com o eixo das ordenadas e das abscissas respectivamente. As retas paralelas a um dos eixos **não** podem ser escritas nessa forma, pois não interceptam algum deles.

c) **Verdadeira.** $b = 3\sqrt{2}$

d) **Verdadeira.** Isolando y na reta dada:

$$2x - 2y = 0 \Rightarrow y = x$$

Que é a bissetriz dos quadrantes ímpares.

Opção A

Questão 37

Considere o conjunto $A = \{0,1,2,3\}$ e a função $f : A \to A$ tal que $f(3) = 1$ e $f(x) = x + 1$, se $x \neq 3$

A soma dos valores de x para os quais $(fofof)(x) = 3$ é

a) 2 b) 4 c) 3 d) 5

Solução:

O domínio de f só possui 4 valores, podemos então verificar quais as imagens da função composta para estes valores:

1) $x = 0$

$$f\left(f\left(f(0)\right)\right) = f\left(f(1)\right) = f(2) = 3$$

2) $x = 1$

$$f\left(f\left(f(1)\right)\right) = f\left(f(2)\right) = f(3) = 1$$

3) $x = 2$

$$f\left(f\left(f(2)\right)\right) = f\left(f(3)\right) = f(1) = 2$$

4) $x = 3$

$$f\left(f\left(f(3)\right)\right) = f\left(f(1)\right) = f(2) = 3$$

Então só há dois valores para os quais $(fofof)(x) = 3$. Estes valores são 0 e 3, cuja soma é 3.

Opção C

Questão 38

Três amigos Samuel, Vitória e Júlia, foram a uma lanchonete.

– Samuel tomou 1 guaraná, comeu 2 esfirras e pagou 5 reais.
– Vitória tomou 2 guaranás, comeu 1 esfirra e pagou 4 reais.
– Júlia tomou 2 guaranás, comeu 2 esfirras e pagou **k** reais.

Considerando-se que cada um dos três pagou o valor exato do que consumiu, é correto afirmar que

a) o guaraná custou o dobro da esfirra.
b) cada esfirra custou 2 reais. .
c) os três amigos juntos, consumiram 16 reais.
d) Julia pagou 8 reais pelo que consumiu.

Solução:
Seja **g** o preço de um guaraná e **e** o preço de uma esfirra. De acordo com o enunciado temos:

$$\begin{cases} g + 2e = 5 \\ 2g + e = 4 \\ 2g + 2e = k \end{cases}$$

Da primeira equação temos:

$$g = 5 - 2e$$

Logo, substituindo na segunda:

$$2(5 - 2e) + e = 4$$

$$10 - 4e + e = 4 \Rightarrow -3e = -6 \Rightarrow e = 2$$

Calculando **g**:

$$g = 5 - 2 \cdot 2 \Rightarrow g = 1$$

Finalmente, calculando k:

$$2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 = k \Rightarrow k = 6$$

Opção B

Questão 39

Sendo $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & a \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 & b \\ -1 & 0 & 2 & c \end{vmatrix} = 70$, o valor de $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & a \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 3 & b \\ 7 & -1 & 0 & b+3c \end{vmatrix}$ é

a) -210 b) 0 c) -70 d) 280

Solução:
Usando a regra de Laplace vamos calcular o determinante:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & a \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 & b \\ -1 & 0 & 2 & c \end{vmatrix} = 70 \Rightarrow 2 \cdot (-1)^{2+3} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 & a \\ 3 & -1 & b \\ -1 & 0 & c \end{vmatrix} = 70$$

$$-2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 & a \\ 3 & -1 & b \\ -1 & 0 & c \end{vmatrix} = 70 \Rightarrow -2c - 3b - a - 9c = \frac{70}{-2}$$

$$a + 3b + 11c = \frac{70}{2}$$

Calculando o outro determinante

$$\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & a \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 3 & b \\ 7 & -1 & 0 & b+3c \end{vmatrix} = 2(-1)^{2+1} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 & a \\ -1 & 3 & b \\ -1 & 0 & b+3c \end{vmatrix} = -2 \cdot \left[9(b+3c) - 2b + 3a + 2(b+3c)\right]$$

$$= -2 \cdot [9b + 27c - 2b + 3a + 2b + 6c] = -2(3a + 9b + 33c) = -2 \cdot 3 \cdot \underbrace{(a + 3b + 11c)}_{\frac{70}{2}}$$

O resultado é, portanto, -210.

Opção A

Questão 40

O período da função real **f** definida por $f(x) = \dfrac{\text{sen}3x + \text{sen}x}{\cos 3x + \cos x}$ é igual a

a) 2π b) $\dfrac{\pi}{2}$ c) $\dfrac{\pi}{4}$ d) π

Solução:
Podemos nesta questão usar a transformação da soma em produto:

$$\text{sen}p + \text{sen}q = 2\left[\text{sen}\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)\right]$$

E

$$\cos p + \cos q = 2\left[\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)\right]$$

Então:

$$f(x) = \frac{\text{sen}3x + \text{sen}x}{\cos 3x + \cos x} \Rightarrow f(x) = \frac{2 \cdot \text{sen}\left(\frac{3x+x}{2}\right)\cos\left(\frac{3x-x}{2}\right)}{2 \cdot \cos\left(\frac{3x+x}{2}\right)\cos\left(\frac{3x-x}{2}\right)} \Rightarrow f(x) = \frac{2 \cdot \text{sen}(2x)\cos(x)}{2 \cdot \cos(2x)\cos(x)}$$

$$f(x) = \text{tg}(2x)$$

Quando multiplicamos o argumento de uma função trigonométrica por 2 seu período cai a metade. Sabemos que o período de $\text{tg}x$ é π, logo $f(x)$ tem período $\dfrac{\pi}{2}$.

Opção B