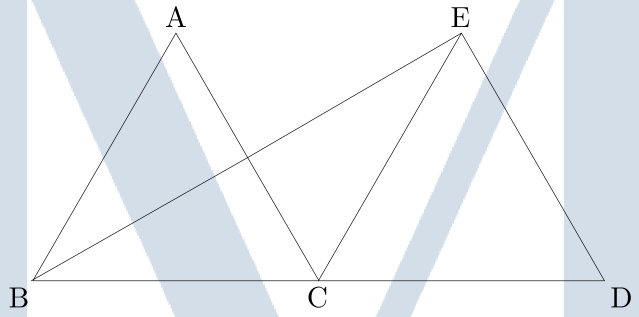
Curso Mentor

Soluções das Questões de Matemática dos Concursos de Admissão ao Curso de Formação de Sargentos – CFS-B

Concurso 2011/1

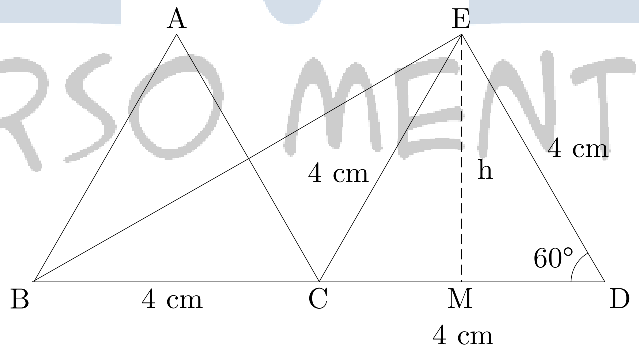
Questão 51

Na figura, $\overline{BC}$ e $\overline{CE}$ são segmentos colineares de 4 cm cada um. Se os triângulos ABC e DCE são equiláteros, a área do triângulo BDE é



a) $4\sqrt{3}$ b) $6\sqrt{3}$ c) $8\sqrt{3}$ d) $10\sqrt{3}$

Solução:
A altura **h** do triângulo BDE é a mesma do triângulo CDE que é equilátero, veja a figura abaixo:



Calculando $\operatorname{sen}(60°) = \frac{h}{4}$ teremos:

$$h = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

A área do triângulo ADE pode ser calculada como:

$$S_{ADE} = \frac{BD \cdot h}{2}$$

$$S_{ADE} = \frac{8 \cdot 2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S_{ADE} = 8\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Opção C

Questão 52

O número de anagramas da palavra SOLEIRA que começam com vogal é

a) 2720. b) 2780. c) 2860. d) 2880.

Solução:

Há 4 maneiras de começar por vogal, e como são 7 letras, temos o seguinte:

$$T = \underline{4} \cdot \underline{6} \cdot \underline{5} \cdot \underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} \Rightarrow T = 4 \cdot 720 \Rightarrow T = 2880 \text{ anagramas}$$

Opção D

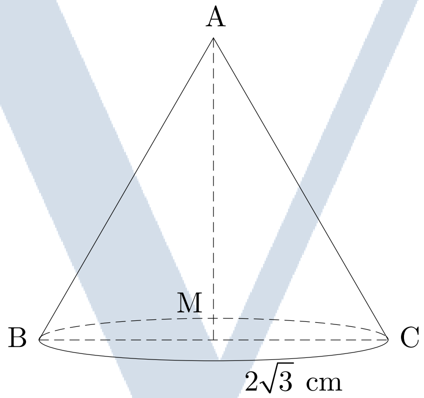
Questão 53

O raio da base de um cone equilátero mede $2\sqrt{3}$ cm, o volume desse cone em cm^3 é

a) $42\sqrt{3}\pi$. b) $38\sqrt{3}\pi$. c) 24π. d) 18π.

Solução:

Por definição, um cone equilátero é aquele em que a seção transversal é um triângulo equilátero, veja a figura abaixo:



Como ABC é equilátero o ângulo em C vale 60° e podemos calcular AM (CM é o raio da base) pela expressão:

$$\operatorname{tg}(60°) = \frac{AM}{2\sqrt{3}}$$
$$AM = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \Rightarrow AM = 6 \text{ cm}$$

O volume de um cone é expresso por:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

Daí

$$V = \frac{1}{3}\pi\left(2\sqrt{3}\right)^2 \cdot 6$$
$$V = 24\pi \text{ cm}^3$$

Opção C

Questão 54

A parábola $y = x^2$ intercepta a circunferência de centro em $(0,0)$ e raio $\sqrt{2}$ nos pontos

a) $(-1,1)$ e $(2,4)$. b) $(-1,1)$ e $(1,1)$. c) $(-2,4)$ e $(2,4)$. d) $(-2,4)$ e $(1,1)$.

Solução:

Primeiro vamos escrever a equação de uma circunferência com centro em (x_0, y_0) e raio R:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

Do enunciado temos que $(x_0, y_0) = (0,0)$ e que $R = \sqrt{2}$, então:

$$x^2 + y^2 = \left(\sqrt{2}\right)^2$$

Usando a equação da parábola $(y = x^2)$:

$$x^2 + \left(x^2\right)^2 = 2$$

$$x^4 + x^2 - 2 = 0$$

Fazendo $x^2 = M$ teremos:

$$M^2 + M - 2 = 0$$

O que nos dá:

$$M = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow \begin{cases} M_1 = \dfrac{-1 + \sqrt{9}}{2} \Rightarrow M_1 = \dfrac{-1+3}{2} \Rightarrow M_1 = 1 \\ M_2 = \dfrac{-1 - \sqrt{9}}{2} \Rightarrow M_1 = \dfrac{-1-3}{2} \Rightarrow M_2 = -2 \end{cases}$$

Como $x^2 = M$:

$$M = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

Ou

$$M = -2 \Rightarrow x^2 = -2 \Rightarrow \nexists x \in \mathbb{R}$$

Da expressão da parábola:

$$y = x^2 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = (1)^2 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow (1,1) \\ x = -1 \Rightarrow y = (-1)^2 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow (-1,1) \end{cases}$$

Opção B

Questão 55

Se a e b são arcos do 2º quadrante tais que $\operatorname{sen} a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e $\cos b = -\frac{1}{2}$, então $\operatorname{sen}(a+b)$ é

a) $\frac{\sqrt{2}\left(-\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{4}$. b) $\frac{-\sqrt{2}\left(1+\sqrt{3}\right)}{4}$. c) $\frac{\sqrt{3}\left(\sqrt{2}+1\right)}{4}$. d) $\frac{3\left(3-\sqrt{2}\right)}{4}$.

Solução:

Sabemos que:

$$\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$$

Então:

$$\operatorname{sen}^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \cos^2 a = 1$$

$$\cos a = \pm\sqrt{1 - \frac{1}{2}}$$

$$\cos a = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Como **a** está no 2º quadrante, o cosseno será negativo logo $\cos\ a = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Fazendo o mesmo procedimento para **b**:

$$\text{sen}^2 b + \cos^2 b = 1$$

$$\text{sen}^2 b + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1$$

$$\text{sen } b = \pm\sqrt{1 - \frac{1}{4}} \Rightarrow \text{sen } b = \pm\sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$\text{sen } b = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Como **b** está no 2º quadrante, o seno será positivo logo $\text{sen } b = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

O seno de uma soma pode ser calculado através da expressão:

$$\text{sen}(a+b) = \text{sen} a \cos b + \text{sen} b \cos a$$

Usando esta expressão:

$$\text{sen}(a+b) = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\text{sen}(a+b) = -\frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{6}}{4}$$

$$\text{sen}(a+b) = -\sqrt{2}\left(\frac{1+\sqrt{3}}{4}\right)$$

Opção B

Questão 56

Os números que expressam as medidas em, cm ou em cm^2, do lado, da superfície e do perímetro do quadrado, dados nessa ordem, formam uma P.A. O lado desse quadrado, em cm, mede

a) $\frac{5}{2}$. b) $\frac{5}{3}$. c) $\frac{3}{4}$. d) $\frac{3}{2}$

Solução:
A P.A. descrita pelo enunciado é:

$$\left(L, L^2, 4L\right)$$

Em qualquer P.A. temos que:

$$L + 4L = 2L^2$$

$$2L^2 - 5L = 0$$

$$L(2L-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} L = 0 \\ 2L - 5 = 0 \Rightarrow L = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Como zero não convém, temos que $L = \frac{5}{2}$ cm.

Opção A

Questão 57

Seja r a maior raiz da equação $x(x+2)(x-1)^3 = 0$. Se m é a multiplicidade de r, então $r \cdot m$ é igual a

a) 6. b) 5. c) 4. d) 3.

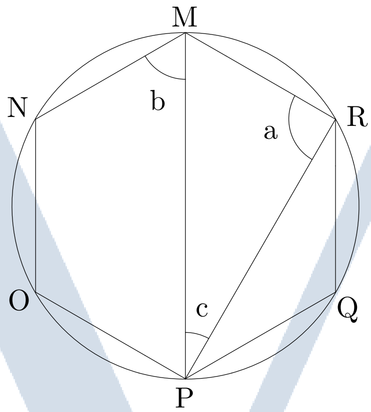
Solução:
As raízes da equação são -2, 0 e 1. Esta última tem multiplicidade 3. Assim:

$$r \cdot m = 3$$

Opção D

Questão 58

Se MNOPQR é um hexágono regular inscrito na circunferência, então $a + b - c$ é igual a



a) 150°. b) 120°. c) 100°. d) 90°.

Solução:
Como o hexágono é regular, MP é diâmetro do círculo e o triângulo MPR é retângulo em R, logo $a = 90°$.
Para calcular b, precisamos descobrir quanto vale o ângulo interno de um hexágono regular. O ângulo interno de um polígono regular pode ser calculado pela expressão:

$$a_i = \frac{(n-2)180°}{n}$$

Fazendo $n = 6$ teremos:

$$a_i = \frac{(6-2)180°}{6} \Rightarrow a_i = 120°$$

O ângulo interno de um hexágono regular mede 120°, MP é bissetriz do ângulo M, então $b = 60°$ e $c = 30°$. Então:

$$a + b - c = 90° + 60° - 30°$$
$$a + b - c = 120°$$

Opção B

Questão 59

Sejam as retas r e s de equações $y = 2x - 3$ e $y = -3x + 2$. A tangente do ângulo agudo formado pelas retas r e s é

a) 0. b) 1. c) $\sqrt{3}$. d) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Solução:

A tangente do ângulo entre duas retas $y = ax + b$ e $y = cx + d$ pode ser calculada usando a expressão abaixo:

$$\text{tg}\theta = \left|\frac{c - a}{1 + c \cdot a}\right|$$

Usando os dados do problema:

$$\text{tg}\theta = \left|\frac{-3 - 2}{1 + (-3) \cdot 2}\right|$$

$$\text{tg}\theta = \left|\frac{-5}{-5}\right| \Rightarrow \text{tg}\theta = 1 \Rightarrow \theta = 45°$$

Opção B

Questão 60

O número de valores inteiros de x para os quais se verifica a inequação $x^2 < 7x - 6$ é

a) três. b) seis. c) cinco. d) quatro.

Solução:
A inequação pode ser escrita como:

$$x^2 - 7x + 6 < 0$$

Calculando as raízes:

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{7+5}{2} \Rightarrow x_1 = 6 \\ x_2 = \dfrac{7-5}{2} \Rightarrow x_2 = 1 \end{cases}$$

Como sabemos, toda parábola do tipo $y = ax^2 + bx + c$ tem o sinal contrário ao de **a** entre as raízes. Logo os valores inteiros de x devem pertencer ao intervalo:

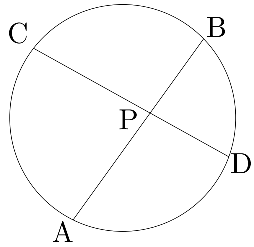
$$S = (1, 6)$$

Há, portanto, 4 valores inteiros, são eles: 2, 3, 4 e 5.

Opção D

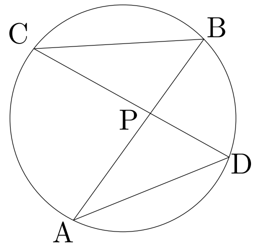
Questão 61

Na figura, $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são cordas tais que $AP = 2PB$, $CD = 10$ cm, e $\frac{CP}{2} = \frac{PD}{3}$, a medida de $\overline{AB}$, em cm, é



a) $6\sqrt{3}$. b) $7\sqrt{3}$. c) $8\sqrt{2}$. d) $9\sqrt{2}$.

Solução:
Sejam os triângulos PCB e APD:



Os ângulos em D e B são iguais, pois subentendem o mesmo arco $\overset{\frown}{AC}$. Os ângulos em A e em C são iguais, pois subentendem o mesmo arco $\overset{\frown}{BD}$. Portanto os triângulos PCD e APD são semelhantes, daí:

$$CP + PD = 10$$

$$\frac{2}{3}PD + PD = 10 \Rightarrow 5PD = 30 \Rightarrow PD = 6$$

O que nos dá $CP = 4$. Pela semelhança obtida:

$$\frac{PD}{PB} = \frac{PA}{PC}$$

$$\frac{6}{PB} = \frac{2PB}{4}$$

$$(PB)^2 = \frac{24}{2} \Rightarrow PB = \sqrt{12} \Rightarrow PB = 2\sqrt{3}$$

Logo $PA = 4\sqrt{3}$ e

$$AB = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

Opção A

Questão 62

Se o polinômio $P(x) = ax^3 - 3x^2 - bx - 3$ é divisível por $(x-3)(x+1)$, então o valor de $a+b$ é

a) 10. b) 8. c) 7. d) 5.

Solução:

As raízes de $(x-3)(x+1)$ são também raízes de $P(x)$. Então:

$$P(3) = a(3)^3 - 3(3)^2 - 3b - 3 = 0 \Rightarrow 27a - 3b = 30 \Rightarrow 9a - b = 10$$

$$P(-1) = a(-1)^3 - 3(-1)^2 + b - 3 = 0 \Rightarrow -a + b = 6$$

Temos então o sistema:

$$\begin{cases} 9a - b = 10 \\ -a + b = 6 \end{cases}$$

Somando as equações:

$$8a = 16 \Rightarrow a = 2$$

Substituindo em uma delas:

$$b = 8$$

Logo $a + b = 10$.

Opção A

Questão 63

Para dar 10 voltas completas em volta de um jardim circular, uma pessoa percorrerá 2198 m. Considerando $\pi = 3,14$, a medida em metros, do diâmetro desse jardim é

a) 70. b) 65. c) 58. d) 52.

Solução:
O comprimento de uma circunferência é dada por:

$$C = 2\pi r$$

Teremos então, para 10 voltas:

$$2198 = 10 \cdot 2\pi \cdot r$$

$$2r = \frac{2198}{10\pi} \Rightarrow 2r = 70$$

Opção A

Questão 64

A cuba de uma pia tem a forma de um semi-esfera de 3 dm de raio. A capacidade dessa pia é _____ π litros.

a) 12 b) 14 c) 16 d) 18

Solução:
O volume de uma esfera é dada pela expressão:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

A semi-esfera tem metade deste volume, portanto:

$$V_e = \frac{\frac{4}{3}\pi \cdot 3^3}{2} \Rightarrow V_e = 2\pi \cdot 3^2 \Rightarrow V_e = 18\pi$$

Deve-se lembrar que decímetros cúbicos são iguais a litros.

Opção D

Questão 65

Considere o Polígono de Frequência e a Ogiva, ambos representativos de uma distribuição de frequência com classes. As abscissas dos pontos que orientam as construções do Polígono e da Ogiva são, respectivamente, os ____________ e os (as) ______________ das classes.

(A) limites superiores - frequências absolutas
(B) pontos médios - frequências absolutas
(C) pontos médios - limites superiores
(D) limites superiores – pontos médios

Solução:
Vamos às definições de cada uma:
Polígono de frequências: É um gráfico de linhas de uma distribuição de frequências. A sua construção é feita tal que no eixo das abscissas (x) estão os **pontos médios de classe**, e no eixo das ordenadas (y) podemos ter a freqüência absoluta **f** (polígono de freqüências absolutas), ou a freqüência relativa $\mathbf{f_r}$ (polígono de freqüências relativas).

Ogiva: é um gráfico representativo de frequências acumuladas. A sua construção é feita tal que no eixo das abscissas (x) estão os **limites superiores de classe**, e no eixo das ordenadas (y) podemos ter a freqüência absoluta acumulada **F** (ogiva de freqüências absolutas), ou a freqüência relativa acumulada $\mathbf{F_r}$ (ogiva de freqüências relativas).

Opção C

Questão 66

Sejam as matrizes $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$. O valor de $(\det A) \div (\det B)$ é

a) 4. b) 3. c) -1. d) -2.

Solução:
Calculando o determinante da matriz A:

$$\det A = 10 + 0 + 3 - 45 - 4 - 0$$
$$\det A = -36$$

Calculando o determinante da matriz B:

$$\det B = 18 - 0$$
$$\det A = 18$$

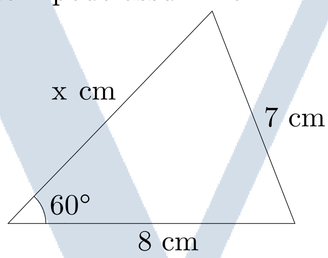
Calculando $(\det A) \div (\det B)$ teremos:

$$\frac{-36}{18} = -2$$

Opção D

Questão 67

No triângulo, o menor valor que x pode assumir é



a) 4. b) 3. c) 2. d) 1.

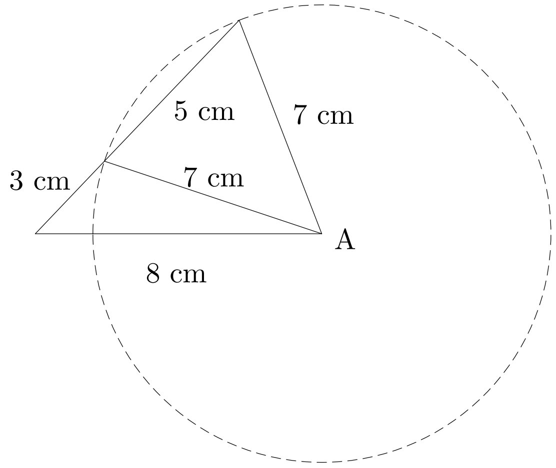
Solução:
Aplicando a lei dos cossenos sobre o ângulo de 60°:

$$7^2 = x^2 + 8^2 - 2 \cdot 8x \cdot \cos 60°$$
$$49 = x^2 + 64 - 16x \cdot \frac{1}{2}$$
$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

Solucionando esta equação, encontramos:

$$x = 3 \text{ ou } x = 5$$

O menor destes valores é, portanto, $x = 3$.
Observação: Embora pareça impossível haver dois valores para x, eles realmente são possíveis, veja a figura abaixo, onde traçamos um círculo com centro em A e raio igual a 7:



Opção B

Questão 68

O perímetro da base de um prisma quadrangular regular é 8 cm. Se a altura desse prisma é 3 cm, então sua área total em cm^2 é

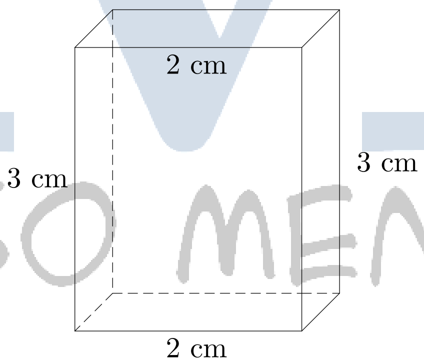
a) 32. b) 34. c) 36. d) 38.

Solução:

Como a base do prisma é um quadrado a aresta da base mede

$$a = \frac{8}{4} \Rightarrow a = 2$$

Como sabemos a altura do prisma, basta somarmos as áreas das 4 faces laterais retangulares e das duas bases quadradas paralelas. Veja a figura abaixo:



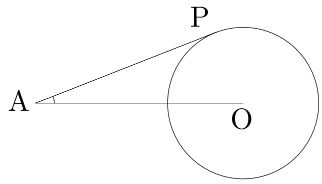
Portanto:

$$S_{Total} = 2 \cdot 2^2 + 4 \cdot 3 \cdot 2 \Rightarrow S_{Total} = 32 \text{ cm}^3$$

Opção A

Questão 69

Na figura, O é o centro da circunferência e $\overline{PA}$ é tangente a ela, em P. se $P\hat{A}O = 30°$ e $OA = 12\sqrt{3}$ cm, então a medida do raio da circunferência em cm é



a) $8\sqrt{3}$. b) $8\sqrt{2}$. c) $6\sqrt{3}$. d) $6\sqrt{2}$.

Solução:
O triângulo APO é retângulo em P e OP é o próprio raio da circunferência. Então:

$$\text{sen}30° = \frac{OP}{OA}$$

$$OP = 12\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow OP = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

Opção C

Questão 70

O número complexo $z = (a-4) + (b-5)i$ será um número imaginário puro se

a) $a = 4$ e $b = 5$. b) $a = 4$ e $b \neq 5$. c) $a \neq 4$ e $b = 5$. d) $a \neq 4$ e $b \neq 5$.

Solução:
Para que um número seja imaginário puro, sua **parte real deve ser nula** e sua **parte imaginária deve ser não nula**, então:

$$a - 4 = 0 \Rightarrow a = 4$$

E

$$b - 5 \neq 0 \Rightarrow b \neq 5$$

Opção B

Questão 71

A razão entre o logaritmo de 16 e o de 4, numa mesma base b, sendo $0 < b \neq 1$ é

a) $\frac{1}{4}$. b) $\frac{1}{2}$. c) 4. d) 2.

Solução 1:
Fazendo a divisão que o problema propõe:

$$\frac{\log_b 16}{\log_b 4}$$

Usando a propriedade de mudança de base, percebemos que esta divisão representa o seguinte:

$$\frac{\log_b 16}{\log_b 4} = \log_4 16 = \log_4 4^2 = 2\log_4 4 = 2$$

Solução 2:
Basta aplicar uma das propriedades do logaritmo:

$$\frac{\log_b 16}{\log_b 4} = \frac{\log_b 4^2}{\log_b 4} = \frac{2\log_b 4}{\log_b 4} = 2$$

Opção D

Questão 72

Considere a distribuição:

Idade de 90 pacientes de um hospital Ago/2009

Idades	**Número de Pacientes**
40 $\mapsto$ 50	8
50 $\mapsto$ 60	12
60 $\mapsto$ 70	27

70 $\mapsto$ 80	31
80 $\mapsto$ 90	10
90 $\mapsto$ 100	2

A frequência relativa da terceira classe dessa distribuição é

a) 40%. b) 35%. c) 30%. d) 25%.

Solução:

A terceira classe é aquela com idades 60 $\mapsto$ 70 anos. O total de pacientes nesta classe é 27 de um total geral de 90, logo:

$$P = \frac{27}{90} \Rightarrow P = 0,3 \Rightarrow P = 30\%$$

Opção C

Questão 73

Seja $M(4,a)$ o ponto médio do segmento de extremidades $A(3,1)$ e $B(b,5)$. Assim o valor de $a+b$ é

a) 8. b) 6. c) 4. d) 2.

Solução:

O ponto médio de um segmento de extremos $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$ é calculado pela expressão:

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

Então:

$$M(4,a) = M\left(\frac{3+b}{2}, \frac{1+5}{2}\right)$$

Igualando as coordenadas

$$\frac{3+b}{2} = 4 \Rightarrow b = 8 - 3 \Rightarrow b = 5$$

E

$$a = \frac{1+5}{2} \Rightarrow a = 3$$

Portanto

$$a + b = 8$$

Opção A

Questão 74

A função definida por $y = m(x-1) + 3 - x$, $m \in \mathbb{R}$, será crescente se

a) $m \geq 0$. b) $m > 1$. c) $-1 < m < 1$. d) $-1 < m \leq 0$.

Solução:

Para que uma função do 1º grau seja crescente, devemos ter seu coeficiente angular positivo. Desenvolvendo a expressão dada para a função, teremos:

$$y = m(x-1) + 3 - x \Rightarrow y = mx - m + 3 - x$$

$$y = mx - x - m + 3$$

$$y = x(m-1) - m + 3$$

Daí

$$m - 1 > 0 \Rightarrow m > 1$$

Opção B

Questão 75

Formato, tamanho e cor são as características que diferem as etiquetas indicadoras dos produtos de uma loja. Se elas podem ter 2 formatos, 3 tamanhos e 5 cores, o número máximo de preços distintos dos produtos da loja é

a) 24. b) 30. c) 32. d) 40.

Solução:

Utilizamos para resolver este problema o princípio fundamental da contagem:

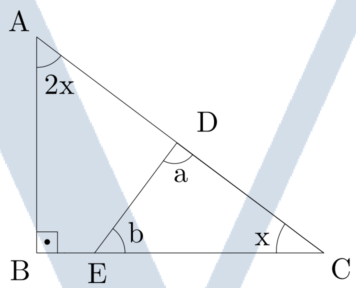
$$T = 2 \cdot 3 \cdot 5 \Rightarrow T = 30 \text{ etiquetas}$$

Opção B

Concurso 2010/2

Questão 51

Se o triângulo CDE é semelhante ao triângulo ABC, o valor de $|a - b|$ é:



a) 30° b) 45° c) 60° d) 90°

Solução:

Como ABC é retângulo temos que:

$$2x + x = 90° \Rightarrow x = 30°$$

Como ABC é semelhante a CDE ou $a = 90°$ ou $b = 90°$:

1) Se $a = 90°$ então $a + b + x = 180° \Rightarrow b = 180° - 90° - 30° \Rightarrow b = 60°$

2) Se $b = 90°$ então $a + b + x = 180° \Rightarrow a = 180° - 90° - 30° \Rightarrow a = 60°$

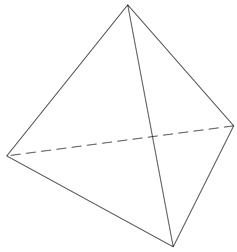
Para ambos os casos teremos:

$$|a - b| = |60° - 30°| = 30°$$

Opção A

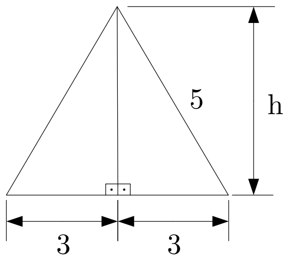
Questão 52

A aresta lateral de uma pirâmide triangular regular mede 5 m e a aresta da base, 6 m. A área lateral dessa pirâmide em m^2, é:



a) 30 b) 32 c) 34 d) 36

Solução:
As faces laterais são formadas por três triângulos iguais aos da figura abaixo:



Calculando h:

$$5^2 = h^2 + 3^2$$
$$h^2 = 25 - 9 \Rightarrow h = \sqrt{16} \Rightarrow h = 4$$

A área lateral então fica:

$$S_{Lateral} = 3 \cdot \frac{6 \cdot 4}{2} \Rightarrow S_{Lateral} = 36\ m^2$$

Opção D

Questão 53

Seja a $P.G.(a, b, c)$. Se $a + b + c = \frac{7}{6}$ e $abc = -1$, então o valor de $a + c$ é:

a) 8 b) 12 c) $\frac{5}{6}$ d) $\frac{13}{6}$

Solução:
Para uma P.G. de três termos podemos escrevê-los em função do termo central:

$$\left(\frac{x}{q}, x, xq\right)$$

Onde **x** é o termo central e **q** é a razão da P.G. A partir disso, conhecendo-se o produto dos termos:

$$\frac{x}{\cancel{q}} \cdot x \cdot x\cancel{q} = -1 \Rightarrow x^3 = -1 \Rightarrow x = -1$$

Usando agora a soma dos termos:

$$-\frac{1}{q} + (-1) + (-q) = \frac{7}{6}$$
$$\frac{-1 - q - q^2}{q} = \frac{7}{6}$$
$$-6 - 6q - 6q^2 = 7q \Rightarrow 6q^2 + 13q + 6 = 0$$
$$\Delta = 13^2 - 4 \cdot 6 \cdot 6 \Rightarrow \Delta = 169 - 144 \Rightarrow \Delta = 25$$

$$q = \frac{-13 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 6} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = \dfrac{-13+5}{12} \Rightarrow q_1 = -\dfrac{2}{3} \\ q_2 = \dfrac{-13-5}{12} \Rightarrow q_2 = -\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

Há, portanto, duas sequências possíveis:

$$\left(\frac{3}{2}, -1, \frac{2}{3}\right) \text{ e } \left(\frac{2}{3}, -1, \frac{3}{2}\right)$$

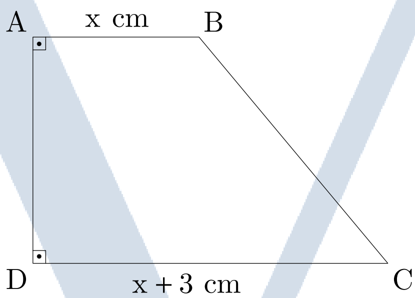
A soma pedida fica então:

$$a + c = \frac{2}{3} + \frac{3}{2} \Rightarrow a + c = \frac{13}{6}$$

Opção D

Questão 54

Quando dadas em cm, as medidas dos lados do trapézio ABCD são expressas por números consecutivos. Assim o valor de x é:



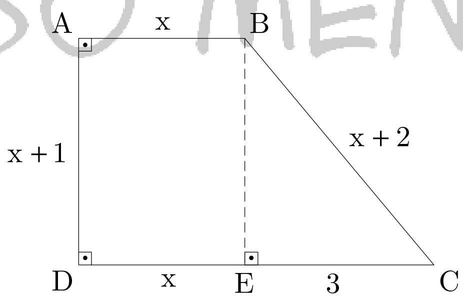
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

Solução:

Como os lados são números consecutivos, eles serão dados por:

$$x, x+1, x+2, x+3$$

Traçando uma reta BE paralela a AD a partir de B temos a figura abaixo:



Da figura temos que $AD \equiv BE$ e o triângulo BCE é retângulo em E, assim:

$$(x+2)^2 = (x+1)^2 + (3)^2$$
$$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2x + 1 + 9$$
$$4x + 4 = 2x + 10$$
$$2x = 6$$
$$x = 3$$

Opção C

Questão 55

Os salários mensais, em reais, dos 24 funcionários de uma empresa são

800	840	880	880	1000	1050	1060	1060
1100	1150	1200	1210	1230	1250	1280	1300
1340	1380	1450	1480	1500	1500	1520	1550

O salário mensal mediano dessa empresa, em reais, é

a) 1200 b) 1210 c) 1220 d) 1230

Solução:

A mediana, por definição, é o número que se encontra na posição central de uma distribuição ordenada. Se o número de termos é ímpar, a mediana é o próprio termo; se é par, é a média aritmética dos termos final da primeira metade e inicial da segunda metade.

No problema em questão, temos uma distribuição ordenada e o número de fatores é par. A mediana então fica:

$$\text{Md} = \frac{1210 + 1230}{2} \Rightarrow \text{Md} = 1220$$

Opção C

Questão 56

Numa circunferência a soma das medidas de dois arcos é 315°. Se um desses arcos mede $\frac{11\pi}{12}$ rad a medida do outro é:

a) 150° b) 125 c) 100° d) 75°

Solução:

Primeiro convertemos o arco que está em radianos para uma medida em graus, utilizando uma regra de três simples:

$$\pi \text{ ——— } 180°$$

$$\frac{11\pi}{12} \text{ ——— } x$$

$$x = \frac{11\pi \times 180°}{12\pi} \Rightarrow x = 165°$$

Como a soma é 315°, basta fazer a diferença:

$$315° - 165° = 150°$$

Opção A

Questão 57

Ao calcular $\frac{A_{10}^{3}}{C_{10}^{3}}$, obtém-se:

a) 3! b) 4! c) 5! d) 6!

Solução:

Por definição, o arranjo de n termos tomados p a p é dado por:

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Então:

$$A_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!} \Rightarrow A_{10}^3 = \frac{10!}{7!}$$

Por definição, a combinação de n termos tomados p a p é dada por:

$$C_n^p = \frac{n!}{(n-p)!p!}$$

Então:

$$C_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!3!} \Rightarrow C_{10}^3 = \frac{10!}{7!3!}$$

Finalmente:

$$\frac{A_{10}^3}{C_{10}^3} = \frac{10!}{7!} \cdot \frac{7!3!}{10!} \Rightarrow \frac{A_{10}^3}{C_{10}^3} = 3!$$

Opção A

Questão 58

Seja a inequação $|x-1| \leq 3$. A soma dos números inteiros que satisfazem esta inequação é:

a) 8 b) 7 c) 5 d) 4

Solução:
Para uma inequação modular temos sempre que:

$$|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$$

Aplicando ao enunciado:

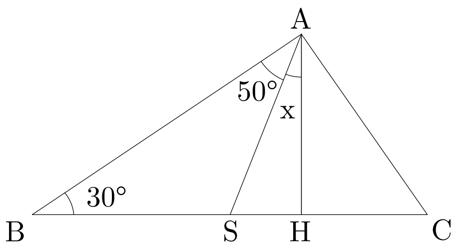
$$|x-1| \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq x-1 \leq 3$$
$$-3+1 \leq x \leq 3+1$$
$$-2 \leq x \leq 4$$

Os números inteiros que satisfazem a equação são $\{-2,-1,0,1,2,3,4\}$. Cuja soma é igual a 7.

Opção B

Questão 59

Na figura, $\overline{AH}$ é altura do triângulo ABC, assim o valor de x é:



a) 20° b) 15° c) 10° d) 5°

Solução:
Como ABH é retângulo em H temos que:

$$50° + x + 30° = 90°$$

$$x = 10°$$

Opção C

Questão 60

O inverso do número complexo $z = -2i$ é $z' =$

a) $\dfrac{i}{2}$ b) $\dfrac{1}{2}$ c) -2 d) $2i$

Solução:

O inverso do número complexo $z = -2i$ é dado pela expressão $z' = -\dfrac{1}{2i}$ que precisa ser racionalizada. Sendo assim:

$$z' = -\frac{1}{2i} \cdot \frac{-2i}{-2i} \Rightarrow z' = -\frac{-2i}{-4(i)^2} \Rightarrow z' = -\frac{-2i}{-4 \cdot (-1)} \Rightarrow z' = \frac{i}{2}$$

Opção A

Questão 61

Um setor circular cujo arco mede 15 cm tem 30 cm^2 de área. A medida do raio deste setor em cm é:

a) 4 b) 6 c) 8 d) 10

Solução: Fazendo uma regra de três simples e direta temos:

$$\begin{array}{ccc} 2\pi r \text{ cm} & \text{———} & \pi r^2 \text{ cm}^2 \\ 15 \text{ cm} & \text{———} & 30 \text{ cm}^2 \end{array}$$

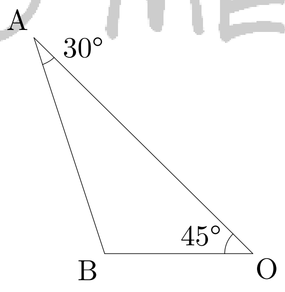
Fazendo esta conta:

$$2\pi r \cdot 30 = \pi r^2 \cdot 15 \Rightarrow \frac{r^2}{r} = \frac{2\pi \cdot 30}{\pi \cdot 15} \Rightarrow r = 4 \text{ cm}$$

Opção A

Questão 62

No triângulo AOB, OB = 5 cm; então AB, em cm, é igual a:



a) 6 b) 8 c) $5\sqrt{2}$ d) $6\sqrt{3}$

Solução:

Pela lei dos senos temos que:

$$\frac{A}{\operatorname{sen}\hat{A}} = \frac{B}{\operatorname{sen}\hat{B}}$$

Aplicando no problema:

$$\frac{AB}{\text{sen}45°} = \frac{OB}{\text{sen}30°}$$

Substituindo os valores:

$$\frac{AB}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{5}{\frac{1}{2}}$$

$$AB = 5\sqrt{2}$$

Opção C

Questão 63

Sejam f e g duas funções reais inversas entre si. Se $f(x) = 3x - 2$, então $g(1)$ igual a:

a) 0　　b) 1　　c) 2　　d) 3

Solução 1: Como as funções são inversas entre si, a imagem de uma será o domínio da outra e vice-versa. Assim, basta substituir o valor 1 na função f no lugar de y:

$$1 = 3x - 2$$

$$3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

Solução 2: Podemos achar a inversa g:

$$f(x) = 3x - 2$$

$$y = 3x - 2$$

$$x = 3y - 2 \Rightarrow 3y = x + 2 \Rightarrow y = \frac{x+2}{3}$$

Então:

$$g(x) = \frac{x}{3} + \frac{2}{3}$$

Fazendo $x = 1$:

$$g(1) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \Rightarrow g(1) = 1$$

Opção B

Questão 64

Seja f uma função definida no conjunto dos números naturais, tal que $f(x+1) = 2f(x) + 3$. Se $f(0) = 0$, então $f(2)$ é igual a

a) 9　　b) 10　　c) 11　　d) 12

Solução:

Pela definição da função, fazendo $x = 0$ teremos:

$$f(0+1) = 2f(0) + 3 \Rightarrow f(1) = 2 \cdot 0 + 3 \Rightarrow f(1) = 3$$

Então:

$$f(1+1) = 2f(1) + 3 \Rightarrow f(2) = 2 \cdot 3 + 3 \Rightarrow f(2) = 9$$

Opção A

Questão 65

A diagonal de um cubo de aresta a_1 mede 3 cm e a diagonal da face de um cubo de aresta a_2 mede 2 cm. Assim $a_1 \cdot a_2$ em cm^2 é igual a

a) $2\sqrt{6}$　　b) $2\sqrt{3}$　　c) $\sqrt{6}$　　d) $\sqrt{3}$

Solução:

Dado um cubo de aresta **a** temos que a diagonal da face é dada por $a\sqrt{2}$ e a diagonal do cubo é dada por $a\sqrt{3}$.

Assim para o cubo de aresta a_1:

$$a_1\sqrt{3} = 3 \Rightarrow a_1 = \frac{3}{\sqrt{3}} \Rightarrow a_1 = \sqrt{3}$$

Para o cubo de aresta a_2:

$$a_2\sqrt{2} = 2 \Rightarrow a_2 = \frac{2}{\sqrt{2}} \Rightarrow a_2 = \sqrt{2}$$

Portanto o produto $a_1 \cdot a_2$ é $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$.

Opção C

Questão 66

O valor do $\cos 15°$ é

a) $\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ b) $\dfrac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ c) $2-\sqrt{2}$ d) $2+\sqrt{3}$

Solução:

Podemos pensar no cosseno da diferença:

$$\cos(a-b) = \cos(a)\cdot\cos(b) + \operatorname{sen}(a)\cdot\operatorname{sen}(b)$$

Assim:

$$\cos 15° = \cos(60° - 45°)$$

$$\cos(60° - 45°) = \cos 60° \cos 45° + \operatorname{sen}60°\operatorname{sen}45°$$

$$\cos 15° = \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 15° = \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4}$$

Como podemos ver nenhuma das opções corresponde a nossa resposta. Porém precisamos ver se algum dos radicais duplos corresponde ao que encontramos. Por definição se um radical puder ser separado em radicais simples ele será como abaixo:

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A+C}{2}} \pm \sqrt{\frac{A-C}{2}}, \quad C = \sqrt{A^2 - B}$$

Pegando a opção b) para testar:

$$A = 2, B = 3 \Rightarrow C = \sqrt{2^2 - 3} \Rightarrow C = 1$$

$$\frac{1}{2}\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{2+1}{2}} + \sqrt{\frac{2-1}{2}}\right)$$

$$\frac{1}{2}\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right) \Rightarrow \frac{1}{2}\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

Racionalizando:

$$\frac{1}{2}\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}\right)$$

Finalmente:

$$\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

Opção B

Questão 67

Seja o número complexo $z = 1 + i$, se z' é o conjugado de z, então o produto $|z| \cdot |z'|$ é igual a

a) 1 b) 2 c) $\sqrt{3}$ d) $2\sqrt{3}$

Solução:
O conjugado de um número complexo qualquer é obtido invertendo-se o sinal da parte imaginária do número complexo em questão. Assim se $z = 1 + i$, então seu conjugado é $z' = 1 - i$.
O módulo de um número complexo $z = a + bi$ é dado por:

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Pela própria definição do módulo, vemos que $|z| = |z'| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$. Portanto, calculando o que pede o enunciado, temos:

$$|z| \cdot |z'| = \left(\sqrt{2}\right)^2 = 2$$

Opção B

Questão 68

Seja G o ponto de encontro das medianas de um triângulo cujos vértices são $A(-1,-3)$, $B(4,-1)$ e $C(3,7)$. A abscissa de G é

a) -1 b) 0 c) 1 d) 2

Solução:
O encontro das medianas de um triângulo é conhecido como baricentro deste triângulo e pode ser calculado através da fórmula:

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$$

Substituindo os valores dados:

$$G\left(\frac{-1+4+3}{3}, \frac{-3-1+7}{3}\right)$$

$$G(2,1)$$

Opção D

Questão 69

Sabe-se que a equação $x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 18x - 9 = 0$ equivale a $(x-1)^2\left(x^2 - 9\right) = 0$. Assim a raiz de multiplicidade 2 desta equação é

a) -3 b) -1 c) 1 d) 3

Solução:
Basta desenvolver a segunda expressão e veremos que:

$$(x-1)(x-1)(x-3)(x+3)=0$$

Assim, fica fácil verificar que as raízes são 1,1,3 e –3.

Opção B

Questão 70

Sejam as matrizes $A_{m\times 3}$, $B_{p\times q}$ e $C_{5\times 3}$. Se AB=C, então m+n+p é igual a

a) 10 b) 11 c) 12 d) 13

Solução:

Para que duas matrizes possam ser multiplicadas o número de colunas da primeira deve ser igual ao número de linhas da segunda e, além disso, a matriz resultante terá o número de linhas da primeira e o número de colunas da segunda.

Por observação,

$$p=q=3 \text{ e } m=5$$

Portanto:

$$p+q+m=3+3+5=11$$

Opção B

Questão 71

Considere a circunferência de equação $(x-2)^2+(y-4)^2=9$ e uma reta r secante a ela. Uma possível distância entre r e o centro da circunferência é

a) 5,67 b) 4,63 c) 3,58 d) 2,93

Solução:

A equação de uma circunferência no plano $\mathbb{R}^2$ tem sempre equação:

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$$

Onde x_0 e y_0 são as coordenadas do centro e **r** é o raio. Como a reta r é secante, devemos ter a distância do centro a reta menor do que o raio da circunferência, que de acordo com o enunciado vale 3. Assim a única opção se encontra na letra D.

Opção D

Questão 72

Para $xy \neq 0$ a expressão $\dfrac{y^2\cos 180° - xy\,\text{sen}270° + y^2\text{sen}90°}{x^2\cos 0°}$ equivale a

a) $\dfrac{y}{x}$ b) $\dfrac{1}{x}$ c) $\dfrac{y}{x^2}$ d) $\dfrac{y^2}{x^2}$

Solução:

Desenvolvendo a expressão teremos:

$$E=\frac{y^2\cdot(-1)-xy\cdot(-1)+y^2\cdot(1)}{x^2\cdot(1)}$$

$$E=\frac{xy}{x^2}\Rightarrow E=\frac{y}{x}$$

Opção A

Questão 73

Seja a matriz $A = (a_{ij})_{2\times2}$ tal que $a_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{se } i = j \\ i + j, & \text{se } i \neq j \end{cases}$. A soma dos elementos de A é

a) 4 b) 5 c) 6 d) 7

Solução:
Escrevendo a matriz quadrada de ordem 2 teremos:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1+2 \\ 2+1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

A soma dos elementos é, portanto, 6.

Opção C

Questão 74

Se os pontos $A(2,3)$, $B(4,0)$ e $C(0,k)$ estão alinhados, então o valor de k é um número

a) ímpar b) primo c) múltiplo de 5 d) múltiplo de 3

Solução:
Para que três pontos estejam alinhados devemos ter o determinante abaixo igual a zero:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 0 & k & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Calculando:

$$2\cdot0\cdot1 + 4\cdot k\cdot1 + 0\cdot3\cdot1 - 0\cdot0\cdot1 - 1\cdot k\cdot2 - 1\cdot4\cdot3 = 0$$
$$4k - 2k = 12$$
$$k = 6$$

Opção D

Questão 75

Se as frequências absolutas da $1^{\underline{a}}$ a $6^{\underline{a}}$ classes de uma distribuição são, respectivamente, 5, 13, 20, 30, 24 e 8, então a frequência acumulada da $4^{\underline{a}}$ classe dessa distribuição é

a) 68 b) 82 c) 28% d) 20%

Solução:
Fazendo uma tabela:

Classe	Frequência	Frequência Acumulada
$1^{\underline{a}}$	5	5
$2^{\underline{a}}$	13	18
$3^{\underline{a}}$	20	38
$4^{\underline{a}}$	**30**	**68**
$5^{\underline{a}}$	24	92
$6^{\underline{a}}$	8	100

Opção A