Curso Mentor

Tema: Matrizes
Professor: Leonardo Santos
Data: 4 de março de 2012

Q1. Calcule a soma dos elementos da segunda coluna da matriz

$$B = (b_{ij})_{2\times 3}$$

em que $b_{ij} = 2i + j - 1$.

Q2. Dada a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

mostre que $\left(A^t\right)^t = A$.

Q3. Calcule x e y, sabendo que

$$\begin{pmatrix} 2x + 3y \\ 3x - y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 16 \end{pmatrix}$$

Q4. Determinar x, y, z e t de modo que se tenha

$$\begin{bmatrix} x^2 & 2x & y \\ 4 & 5 & t^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & x & 3 \\ z & 5t & t \end{bmatrix}$$

Q5. Calcular a soma $C = (c_{ij})_{3\times 3}$ das matrizes $A = (a_{ij})_{3\times 3}$ e $B = (b_{ij})_{3\times 3}$ tais que $a_{ij} = i^2 + j^2$ e $b_{ij} = 2ij$.

Q6. Dada a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 4 & -2 \end{bmatrix}$$

obtenha a matriz X tal que $X = A + A^t$.

Q7. Sendo,

$$A = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

, calcule X tal que $X + A - (B + C) = 0$.

Q8. Determinar as matrizes X e Y que satisfazem o sistema:

$$\begin{cases} X + Y = A \\ X - Y = B \end{cases}$$

Q9. Dados

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

calcule AB e BA, mostrando que são diferentes.

Q10. Calcule a e b, de modo que as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

comutem.

Q11. Determine x e y na igualdade

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^2 \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Q12. Determine a inversa da matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Q13. Encontre todas as matrizes X, quadradas de ordem 2, tais que $X^2 = X$.

Q14. (Fuvest) Os números inteiros positivos são dispostos em quadrados da seguinte maneira:

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 \\ 16 & 17 & \ldots \end{matrix}$$

Assim, por exemplo, o número 5 está na linha 2 e na coluna 2. O número 500 encontra-se em um desses quadrados. A linha e a coluna em que o número 500 encontra-se são, respectivamente:
a) 2 e 2
b) 3 e 3
c) 2 e 3
d) 3 e 2

Q15. (ITA) Considere a equação:

$$x \begin{bmatrix} 4 \\ -16 \\ 4 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Onde x, y e z são números reais. É verdade que:
a) a equação admite somente uma solução.

b) em qualquer solução, $x^2 = z^2$.
c) em qualquer solução, $16x^2 = 9z^2$.
d) em qualquer solução, $25y^2 = 16z^2$.
e) em qualquer solução, $9y^2 = 16z^2$.

Gabarito

Q1. 8
Q2. Basta fazer a transposta duas vezes seguidas.
Q3. $S = \{5, -1\}$
Q4. $x = 0$, $y = 3$, $z = 4$ e $t = 1$
Q5. $C = \begin{bmatrix} 3 & 9 & 16 \\ 7 & 16 & 15 \\ 16 & 25 & 36 \end{bmatrix}$
Q6. $X = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 6 & 8 \\ 0 & 8 & -4 \end{bmatrix}$
Q7. $X = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$
Q8. $X = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{5}{2} & 6 \end{bmatrix}$ e $Y = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & 1 \end{bmatrix}$
Q9. $AB = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ e $BA = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 9 & 6 \end{bmatrix}$
Q10. $a = 2$ e $b = 0$
Q11. $x = 1$ e $y = -1$
Q12. $A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \end{bmatrix}$
Q13. $X = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ou $X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ou

$$X = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{1-4bc}}{2} & b \\ c & \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1-4bc}}{2} \end{bmatrix}$$

ou

$$X = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1-4bc}}{2} & b \\ c & \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{1-4bc}}{2} \end{bmatrix}$$

Q14. A
Q15. E