Curso Mentor

Tema: Equações do Segundo Grau
Prof.: Leonardo Santos
Data: 15 de setembro de 2012

Q1. Resolva as equações na variável x que se seguem, sendo $U = \mathbb{R}$ e indique o conjunto solução S.

a) $4x^2 + 32x = 0$

b) $\dfrac{x^2}{3} - \dfrac{x-9}{6} = \dfrac{3}{2}$

c) $3x^2 = 48$

d) $x^2 + 4 = 0$

e) $6x^2 = 0$

f) $3(x-2)^2 - (x-4)(x-2) = 2(2-3x)$

g) $3x^2 - 5x + 2 = 0$

h) $x^2 - 4x + 1 = 0$

i) $x^2 - 4x + 5 = 0$

j) $x^2 - 8x + 16 = 0$

k) $x^2 + x + 2 = 0$

l) $x^2 - 2x + 3 = 0$

m) $3x^2 + 5x - 2 = 0$

n) $20x^2 - 17x + 3 = 0$

o) $x^2 + 3x - 4 = 0$

p) $(x+1)^2 - 7(x+1) + 10 = 0$

q) $(3-x)^2 + 8(3-x) + 12 = 0$

r) $\left(\dfrac{x+4}{3}\right)^2 - 2 \cdot \dfrac{(x+4)}{3} - 24 = 0$

s) $\left(x^2 - 7x + 3\right)^2 + 10\left(x^2 - 7x + 3\right) + 21 = 0$

Q2. Resolva as equações literais na variável x que se seguem, sendo $U = \mathbb{R}$ e indique o conjunto solução S.

a) $x^2 - ax - 2a^2 = 0$

b) $3x^2 - 8ax - 3a^2 = 0$

c) $x^2 + 2ax + a^2 - b^2 = 0$

d) $abx^2 - (a+b)x + 1 = 0$

e) $4x^2 - 4ax + a^2 = 1$

f) $2x^2 - kx = 0$

g) $(x-a)^2 - 5a(x-a) + 6a^2 = 0$

Q3. Dada a equação do 2º grau $x^2 + 2x + 3 = 0$, cuja incógnita é x, determine:

a) a soma da raízes;

b) o produto das raízes;

c) a diferença das raízes;

d) a soma dos inversos das raízes;

e) a soma dos quadrados das raízes;

f) a soma dos quadrados dos inversos das raízes ou soma dos inversos dos quadrados das raízes;

g) a soma dos cubos das raízes;

h) a soma dos cubos dos inversos das raízes ou soma dos inversos dos cubos das raízes.

Q4. Determine a equação cujas únicas raízes sejam $3 + \sqrt{5}$ e $3 - \sqrt{5}$ e cujo coeficiente a seja 2.

Q5. Determine a equação do 2º grau onde uma das raízes é $1 + \sqrt{-1}$ e cuja soma dos coeficientes seja 3.

Q6. Determine m na equação $x^2 - 9x + 4m + 2 = 0$ de modo que uma raiz seja o dobro da outra.

Q7. Determine m na equação $x^2 - (m-1)x + 8 = 0$ de modo que uma raiz seja o quadrado da outra.

Q8. Ache os valores de a a fim de que as equações $x^2 - ax + 8 = 0$ e $x^2 - 5x + 6 = 0$ possuam uma única raiz comum.

Q9. Calcule a para que as equações $x^2 + x + a = 0$ e $x^2 + ax + 1 = 0$ possuam pelo menos uma raiz comum.

Q10. Determine m e n para que as equações $(2n + m)x^2 - 4mx - 3 = 0$ e

$(6n+3m)x^2 - 3(n-1)x - 9 = 0$ tenham as mesmas raízes.

Q11. Seja $\mathbb{R}$ o conjunto dos números reais. Sejam p e q os catetos de um triângulo retângulo cuja altura relativa à hipotenusa é h. Podemos afirmar que a equação:

$$2\frac{x^2}{p} - 2\frac{x}{h} + \frac{1}{q} = 0$$

a) Não admite raízes reais.
b) Admite uma raiz da forma $m\sqrt{-1}$, $m \in \mathbb{R}$, $m > 0$.
c) Admite sempre raízes reais.
d) Admite uma raiz da forma $-m\sqrt{-1}$, $m \in \mathbb{R}$, $m > 0$.
e) N.R.A.

Q12. Sendo a a hipotenusa e b e c os catetos de um triângulo retângulo, a equação $a^2x^2 - b^2x - c^2 = 0$
a) Tem uma raiz igual a -1 e a outra entre 0 e 1.
b) Tem raízes imaginárias.
c) Tem uma raiz igual a 1 e a outra entre 0 e -1.
d) Não admite raízes racionais.
e) N.R.A.

Q13. As raízes de $ax^2 + bx + c = 0$ são r e s. A equação cujas raízes são $ar + b$ e $as + b$ é:
a) $x^2 - bx - ac = 0$
b) $x^2 - bx + ac = 0$
c) $x^2 + 3bx + ac + 2b^2 = 0$
d) $x^2 + 3bx - ac + 2b^2 = 0$
e) $x^2 + bx(2-a) + a^2c + b^2(a+1) = 0$

Q14. Considere a equação do 2º grau em x tal que $ax^2 + bx + c = 0$, sendo a, b e c números reais com a diferente de zero. Sabendo que 2 e 3 são as raízes dessa equação, pode-se afirmar que:
a) $13a + 5b + 2c = 0$
b) $9a + 3b - c = 0$
c) $4a - 2b + c = 0$
d) $5a - b = 0$
e) $36a + 6b + c = 0$

Q15. A soma e o produto das raízes reais da equação $(x^2 - 5x + 6)^2 - 5(x^2 - 5x + 6) + 6 = 0$ são, respectivamente,
a) 6 e 8
b) 7 e 10
c) 10 e 12
d) 15 e 16
e) 15 e 20

Q16. O aluno Mauro, do 9º ano de um colégio, para resolver a equação $x^4 - x^2 + 2x - 1 = 0$, no conjunto dos números reais, observou que $x^4 = x^2 - 2x + 1$ e que o segundo membro da equação é um produto notável. Desse modo, concluiu que $(2x+1)^2$ é igual a:
a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

Q17. Duas das raízes da equação biquadrada $x^4 + bx^2 + c = 0$ são $0,2333\ldots$ e $30/7$. O valor de c é:
a) 1 b) 3 c) 5 d) 7 e) 11

Q18. Um professor elaborou 3 modelos de prova. No 1º modelo, colocou uma equação do 2º grau; no 2º modelo, colocou a mesma equação trocando apenas o coeficiente do termo do 2º grau; e no 3º modelo, colocou a mesma equação do 1º modelo trocando apenas o termo independente. Sabendo que as raízes da equação do 2º modelo são 2 e 3 e que as raízes do 3º modelo são 2 e -7, pode-se afirmar sobre a equação do 1º modelo, que
a) não tem raízes reais.
b) a diferença entre a sua maior e a sua menor raiz é 7.
c) a sua maior raiz é 6.
d) a sua menor raiz é 1.
e) a soma dos inversos das suas raízes é 2/3.

Q19. Sobre a equação do segundo grau $1999x^2 - 2000x - 2001 = 0$, a afirmação correta é
a) tem duas raízes reais de sinais contrários, mas não simétricas.
b) tem duas raízes simétricas.
c) não tem raízes reais.
d) tem duas raízes positivas.
e) tem duas raízes negativas.

Q20. Uma equação biquadrada de coeficientes inteiros, cuja soma desses coeficientes é zero, tem uma das raízes igual a $\sqrt{3}$. O produto das raízes dessa equação é
a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

Q21. A soma de dois números reais distintos é igual ao produto desses números. O menor valor

natural desse produto é igual a:
a) 8 b) 7 c) 6 d) 5 e) 4

Q22. A equação $x^4 - (a-6)x^2 + (9-a) = 0$, na variável x, tem quatro raízes reais e distintas, se e somente se:
a) $a > 8$
b) $6 < a < 8$
c) $8 < a < 9$
d) $6 < a < 9$
e) $a > 9$

Q23. O conjunto solução da equação:

$$\frac{\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}}{\frac{2}{x+1} + \frac{2}{x-1}} = 1$$

é igual a:
a) $\emptyset$
b) $\mathbb{R}$
c) $\mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$
d) $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$
e) $\{0\}$

Q24. Considere a equação $x^2 - 6x + m^2 - 1 = 0$ com parâmetro m inteiro não nulo. Se essa equação tem duas raízes reais e distintas com o número 4 compreendido entre essas raízes, então o produto de todos os possíveis valores de m é igual a
a) -2 b) -1 c) 2 d) 4 e) 6

Q25. Dada a equação do 2º grau da incógnita x:

$$4x^2 + kx + 3 = 0$$

Quantos são os valores inteiros possíveis do parâmetro k, tais que essa equação só admita raízes racionais?
a) 2 b) 3 c) 4 d) 6 e) 8

Q26. A equação $(x^2+1)^2 + (x^2+3x-17)^2 = 0$ apresenta como solução, no universo dos números reais, um conjunto:
a) vazio.
b) com apenas um elemento.
c) com apenas dois elementos.
d) com apenas três elementos.
e) com apenas quatro elementos.

Gabarito

Q1.

a) $S = \{-8, 0\}$
b) $S = \{0, \frac{1}{2}\}$
c) $S = \{-4, 4\}$
d) $S = \emptyset$
e) $S = \{0\}$
f) $S = \{0\}$
g) $S = \{\frac{2}{3}, 1\}$
h) $S = \{2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}\}$
i) $S = \emptyset$
j) $S = \{4\}$
k) $S = \emptyset$
l) $S = \emptyset$
m) $S = \{-2, \frac{1}{3}\}$
n) $S = \{\frac{1}{4}, \frac{3}{5}\}$
o) $S = \{-4, 1\}$
p) $S = \{1, 4\}$
q) $S = \{5, 9\}$
r) $S = \{-16, 14\}$
s) $S = \{1, 2, 5, 6\}$

Q2.

a) $S = \{-a, 2a\}$
b) $S = \{-\frac{a}{3}, 3a\}$
c) $S = \{-a-b, b-a\}$
d) $S = \{\frac{1}{a}, \frac{1}{b}\}$
e) $S = \{\frac{a+1}{a}, \frac{a-1}{2}\}$
f) $S = \{0, \frac{k}{2}\}$
g) $S = \{3a, 4a\}$

Q3.

a) -2

b) 3

c) $\sqrt{-8}$

d) $-\frac{2}{3}$

e) -2

f) $-\frac{2}{9}$

g) 10

h) $\frac{10}{27}$

Q4. $2x^2 - 12x + 8 = 0$ **Q5.** $3x^2 - 6x + 6 = 0$
Q6. $m = 4$ **Q7.** $m = 7$
Q8. $a = 6$ ou $a = \frac{17}{3}$ **Q9.** $a = 1$ ou $a = -2$
Q10. $n - 1 = 4m$
Q11. C **Q12.** C **Q13.** B **Q14.** A **Q15.** C
Q16. C **Q17.** A **Q18.** B **Q19.** A **Q20.** B
Q21. D **Q22.** C **Q23.** C **Q24.** D **Q25.** D
Q26. A